РУКОВОДСТВО

КЪ ПРЕПОДАВАНІЮ

АРИѲМЕТИКИ

МАЛОЛѢТНЫМЪ ДѢТЯМЪ.

Составлено

ПЕТРОМЪ ГУРЬЕВЫМЪ.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

Напечатано иждивеніемъ Санктпетербургскаго Воспитательнаго Дома.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Въ типографіи Конрада Вингебера.
1839.

ПЕЧАТАТЬ ПОЗВОЛЯЕТСЯ

съ тѣмъ, чтобы по отпечатаніи представлено было въ Цензурный Комитетъ узаконенное число экземпляровъ.

С. Петербургъ, 8 марта 1839 года.

Ценсоръ *С. Куторга.*

ПОСВЯЩАЕТСЯ

РОДИТЕЛЯМЪ И НАСТАВНИКАМЪ.

Предисловіе.

Давно со всѣхъ сторонъ слышны у насъ жалобы на недостатокъ въ хорошихъ элементарныхъ преподавателяхъ; но какъ пособить злу? — Откуда взять такихъ преподавателей, когда до-сихъ-поръ на нашемъ языкѣ ни по одному предмету всеобщаго ученія нѣтъ такой книги, которая болѣе или менѣе имѣла бы цѣлію наставить неопытныхъ молодыхъ людей на многотрудномъ, шаткомъ ихъ поприщѣ? — У насъ новичекъ-учитель совершенно предоставленъ самому себѣ. Воля у него есть, усердія много, но въ положительныхъ свѣдѣніяхъ онъ крайне нуждается, и, въ чемъ именно горе, часто не знаетъ къ кому и какъ прибѣгнуть о помощи. Ему, чуждому педагогическихъ знаній, даютъ въ руки сжатую, краткую учебную книгу и велятъ учить по ней съ непремѣннымъ условіемъ, чтобы все не ясно изложенное и недосказанное въ ней дополнялъ собственными опытами и наблюденіями. Но какой опытности можно ожидать отъ него, когда онъ самъ только-что вступилъ на педагогическое поприще? — Отъ этого-то и выходитъ, что самый счастливый учитель развѣ только по прошествіи пяти, шести лѣтъ постоянной дѣятельности и вниканія, достигаетъ должнаго навыка и смѣтливости въ преподаваніи.

До того же времени онъ лишь пробуетъ тотъ или другой способъ, и часто выкупаетъ свою находку цѣною самыхъ горькихъ опытовъ. Но много ли еще такихъ счастливцевъ? — Иные всю жизнь свою пробуютъ, и тѣмъ кончаютъ свое поприще, чѣмъ его начали. Очевидно, что во всякомъ случаѣ страждутъ дѣти. Если же вспомнимъ, что большая часть элементарныхъ преподавателей состоитъ изъ молодыхъ людей, которые только-что оставили школьную скамейку; если вспомнимъ, что школьная жизнь до-сихъ-поръ не идетъ рука объ руку съ мірскою жизнію; если, наконецъ, сравнимъ возрастъ преподавателя, — полный восторженныхъ надеждъ и несбыточныхъ мечтаній, когда страсти кипятъ, когда въ головѣ бываетъ много знаній, много идей, но безъ системы, безъ цѣли, — съ возрастомъ его учениковъ — этихъ семи, осьми, девятилѣтнихъ ученыхъ слушателей: то сознаемъ, что вмѣсто безполезныхъ жалобъ лучше приняться скорѣе за трудъ, и посредствомъ изданія цѣлаго ряда педагогическихъ сочиненій заставить наконецъ неопытнаго учителя смотрѣть на преподаваніе не какъ на дѣло произвола, а какъ на знаніе, основанное на точныхъ и положительныхъ началахъ. И насъ, право, удивляетъ, какимъ образомъ мы, Русскіе, живя все еще, не въ укоръ будь сказано, подражательною жизнію и ощипывая въ литературномъ и ученомъ отношеніи труды своихъ западныхъ наставниковъ, не обратили до-сихъ-поръ должнаго вниманія, въ отношеніи Педагогіи, на почтенную нашу сосѣдку, Герма-

нію! Что ни говори наши литературные Аристархи, а Германія во многомъ представляетъ для нашего умственнаго образованія богатый родникъ на нѣсколько десятковъ лѣтъ. И развѣ только тѣ, которые вовсе незнакомы съ ея новѣйшею учебною литературою, могутъ говорить, что она потонула въ мистицизмѣ. Напротивъ, Германія представляетъ въ себѣ полную картину умственнаго бытія человѣческаго. Отъ идеальнаго, выспренняго, она умѣла снизойти до дѣйствительнаго, существеннаго, практическаго, и въ тысячѣ элементарныхъ сочиненій представляетъ образцовые примѣры назиданія и воспитанія юношества. Къ сожалѣнію, должно высказать горькую истину: еслибъ вмѣсто излишняго самолюбія и поспѣшности прослыть авторомъ, всякій разъ нашими составителями учебныхъ книгъ руководствовали, во-первыхъ, чувство истиннаго добра, во-вторыхъ, постоянный и продолжительный трудъ и всестороннее изученіе своего предмета: то мы давно бъ сознали, что когда намъ уже суждено подражать, такъ лучше подражать въ этомъ отношеніи Германцамъ, а не другому какому-либо народу. И мы впередъ увѣрены, что въ такомъ случаѣ наша учебная литература обогащалась бы быстро и съ успѣхомъ. Донынѣ же всѣ наши учебныя книги скроены по одной мѣркѣ, такъ что автору, напримѣръ, третьей или четвертой по времени изданія однородной книги, стыдно даже подписывать на заглавномъ листѣ свое имя, потому что его книга почти есть сколокъ съ ея предшественницы. —

Когда бъ мы не боялись личности, то не обинуясь спросили бъ у того или другаго изъ авторовъ: для чего онъ издалъ свою книгу послѣ такой - то или этой? Что въ ней новаго?

Да не подумаютъ, что все нами сказанное происходитъ отъ желанія нашего чернить чужой трудъ, чтобы потомъ въ лучшемъ свѣтѣ представить свой собственный. Избави Боже! Мы сами прежде другихъ готовы сознаться въ недостаткахъ нашей книги, которую теперь представляемъ на судъ публики. Смѣемъ по крайней мѣрѣ надѣяться, что безпристрастный читатель найдетъ въ ней болѣе связи науки съ жизнію, и вообще болѣе условій, удовлетворяющихъ успѣшному преподаванію, нежели въ другихъ сочиненіяхъ по тому же самому предмету. И тутъ не притязаніе на оригинальность говоритъ въ насъ. Мы первые просимъ читателя не признавать изложеннаго нами способа за нашу методу.

Мы читали Песталоцци, Шмидта, Тюрка, Штейна, Шольца и многихъ другихъ, и повѣряя читанное на опытѣ, къ которому намъ дала возможность служба по одному изъ обширнѣйшихъ и разнообразнѣйшихъ педагогическихъ заведеній, составили такимъ образомъ нашу книгу. Всего болѣе мы придерживались Шольца, а Шольцъ въ свою очередь придерживался Тюрка, Шмидта и другихъ.

Итакъ, отказываясь сами отъ притязанія на оригинальность, поговоримъ лучше о планѣ этого сочиненія.

Природа въ развитіи ума человѣческаго указываетъ намъ самый прямой путь, по которому мы должны слѣдовать, чтобы съ пользою проходить званіе наставника. Во всякомъ знаніи человѣкъ начинаетъ *съ чувственнаго и частнаго,* и только постепенно, посредствомъ отвлеченія и соединенія, возвышается до общихъ законовъ и правилъ. Такъ изъ нераздѣльныхъ понятій составляются виды, изъ видовъ роды, изъ родовъ высшіе роды, семейства, царства, поколѣнія; такъ изъ множества отдѣльныхъ, несвязныхъ и независящихъ одно отъ другаго познаній (aggregata) составляется матеріалъ для созданія науки. Однако жъ изъ этого не слѣдуетъ, чтобы въ первоначальномъ преподаваніи мы имѣли въ виду одну массу свѣдѣній, безъ связи и порядка. Напротивъ, въ томъ-то и выгода образованной эпохи, въ которую мы живемъ, что мы можемъ занимать систематически самаго малаго ребенка, и въ тоже время слѣдить по указаніямъ природы. Какъ солнце отражается въ каплѣ воды, такъ въ каждой части сообщеннаго познанія должна проявляться идея науки; но кто же будетъ оспаривать, что полнота и совершенство этой идеи всегда находятся въ прямомъ отношеніи съ массою свѣдѣній? Итакъ, вотъ каковы, по нашему мнѣнію, должны быть условія хорошей, прибавимъ, образующей элементарной книги:

1. Наука при своемъ источникѣ бываетъ въ тѣсной связи съ жизнію. Она отдѣляется отъ жизни и входитъ въ область отвлеченнаго не вдругъ,

а съ наивозможною постепенностію. Отсюда необходимо, чтобы теорія развивалась подобно тѣмъ концентрическимъ кругамъ, которые примѣчаемъ мы на спокойной поверхности водъ въ то время, когда косвенно прорѣзываетъ её брошенный издали камень. Отвлеченность допускается только въ то время, когда ученикъ уже обогащенъ фактами. Поэтому начинать учебную книгу общими разсужденіями и опредѣленіями, говорить съ дѣтьми языкомъ сжатымъ и ученымъ, предпочитать краткость ясности и подробности, болѣе разсказывать имъ, нежели заставлять ихъ самимъ дѣйствовать, — все это такія вещи, которыя діаметрально противоположны здравой Педагогіи.

2. Всякая наука подчиняется двумъ требованіямъ. Она должна представлять собою, во-первыхъ, отдѣльную совокупность знаній, полезныхъ въ общежитіи; во-вторыхъ, непрерывный рядъ идей, ведущій къ познанію Истины, и въ то же время служащій къ развитію душевныхъ силъ. Ясно, что одностороннее воззрѣніе на предметъ не доведетъ до этого; механическіе способы и пріемы такимъ же образомъ чужды наукѣ.

3. Наконецъ, наука должна быть представлена учащемуся въ томъ видѣ, чтобы сдѣлать его впослѣдствіи способнымъ самому находить или открывать новыя ея стороны, ни кѣмъ прежде того незамѣченныя.

Ариѳметика, какъ одинъ изъ важнѣйшихъ предметовъ элементарнаго ученія, необходимо подчи-

няется тѣмъ же условіямъ. Разсмотримъ ея сущность и, соображаясь съ сказаннымъ, начертимъ планъ ея.

Вся Ариѳметика собственно заключается въ четырехъ дѣйствіяхъ: *сложеніи, вычитаніи, умноженіи и дѣленіи.* Имъ предшествуетъ *счисленіе* или *нумерація.* Эти дѣйствія производятся надъ числами, которыя бываютъ *цѣлыя и дробныя.* Какъ тѣ, такъ и другія раздѣляются еще на *отвлеченныя* или *простыя* и *конкретныя* или *именованныя,* наконецъ, послѣднія — на числа *одного наименованія* и *числа разнаго наименованія* или *составныя;* — и здѣсь предѣлъ Ариѳметики. Все прочее, что обыкновенно относятъ къ ней, не составляетъ особой теоріи, но есть приложеніе тѣхъ же самыхъ правилъ и законовъ къ разнымъ потребностямъ человѣческаго быта. Такъ называемыя, тройныя правила не требуютъ ни другихъ началъ, ни другихъ дѣйствій. Основывать тройныя правила на пропорціяхъ значитъ впадать въ механизмъ, который можетъ ослѣплять только не надолго.

Очевидно, что надобно начать дѣло съ *счисленія;* но отнюдь не должно останавливаться на изслѣдованіи этого предмета до тѣхъ поръ, пока онъ совершенно истощится; напротивъ, важнѣе всего сколько возможно ранѣе дать эскизъ цѣлому. И такъ, чтобы итти въ наукѣ всегда въ параллель съ развитіемъ понятій учащагося, (*) научите его спер-

---

*) А извѣстно, что по большой части этотъ учащійся бываетъ семи, осьми, много девяти лѣтъ отъ роду.

ва считать и изображать цифрами только числа отъ *одного до десяти;* потомъ тотчасъ перейдите къ сложенію и вычитанію этихъ чиселъ, къ разложенію ихъ, или раздѣленію на равныя и неравныя части; словомъ, сдѣлайте надъ этими числами разнаго рода сравненія и не упустите при этомъ случаѣ сообщить ученику также понятіе и о дробяхъ, сколько позволяютъ предѣлы первыхъ десяти чиселъ. Такимъ образомъ вы пройдете мало, но пройдете цѣлое; вы вдругъ ознакомите вашего ученаго со всею сущностію изучаемаго имъ предмета, и идея науки, хоть темно, однако все-таки проявится ему.

Подвергнувъ исчисленію всѣ числа, отъ одного до десяти, должно перейти во вторую степень и разсмотрѣть такимъ же образомъ съ разныхъ точекъ зрѣнія всѣ числа *отъ одного до ста.* Здѣсь уже представляется для преподавателя бóльшій просторъ. Частные пріемы получаютъ опредѣленность, правила обобщаются и самые законы начинаютъ пріобрѣтать свою силу. Послѣ этого третья степень, гдѣ трактуется о всѣхъ возможныхъ цѣлыхъ числахъ, не представитъ никакой трудности для учащагося. Онъ пойметъ, что здѣсь дѣло идетъ только о повтореніи и развитіи того, что ему уже хорошо извѣстно.

Хотя, соображаясь съ сущностію Ариѳметики, не есть необходимость дѣлить ее на части, однако жъ мы должны будемъ допустить это дѣленіе, если признаемъ, что хорошее руководство удовлетворяетъ не только системѣ, но и преподаванію.

Для учебной книги мало, чтобы она не грѣшила противъ системы; тутъ столь же важны и другія условія: постепенность въ изложеніи, практическая польза науки, которая требуетъ для усвоенія ея и навыка и продолжительнаго упражненія, и проч. Все это неизбѣжно растягиваетъ курсъ. Тотъ, кто знакомъ съ трудностями элементарнаго преподаванія, не обвинитъ насъ ни за многословіе, ни за помѣщеніе большаго числа примѣровъ, ни даже за повтореніе того, о чемъ уже сказано было въ предыдущихъ упражненіяхъ. Неопытному преподавателю недостаточно говорить намеками или отрицательнымъ образомъ; нѣтъ! ему надо указать на всѣ трудности обучаемаго предмета, раскрыть *положительно* какъ онъ долженъ поступать въ самомалѣйшихъ случаяхъ; короче, надо представить ему весь ходъ дѣла въ видѣ лѣстницы, въ которой, очевидно, чѣмъ ниже и шире ступени, тѣмъ легче взойти по ней наверхъ. Въ слѣдствіе сказаннаго, чтобы не увеличить слишкомъ объема книги, и не сдѣлать ее чрезъ то неудобною при безпрерывномъ употребленіи, тѣмъ болѣе, что она всегда будетъ нужна учителю въ классѣ, мы почли за лучшее раздѣлить ее на двѣ части. Дроби, по справедливости, болѣе всего затрудняютъ и преподавателя и учениковъ. Для усвоенія ихъ малолѣтными необходимы многія вспомогательныя средства, какъ-то: таблицы, постепенные ряды и проч. Поэтому-то подробное изслѣдованіе о дробяхъ мы отнесли ко второй части нашего труда, хотя, для связи ихъ съ

цѣлыми числами, многое сказано о нихъ уже въ первой.

Итакъ первая, нынѣ издаваемая часть, дѣлится на три слѣдующіе отдѣла:

I. Первая степень. *Дѣйствія надъ числами отъ одного до десяти.*

II. Вторая степень. *Дѣйствія надъ числами отъ одного до ста.*

III. Третія степень. *Дѣйствія надъ цѣлыми числами вообще.*

Для облегченія въ распредѣленіи уроковъ, кромѣ того, все Руководство раздѣлено на упражненія.

Петръ Гурьевъ.

Гатчина.

ПЕРВАЯ СТЕПЕНЬ.

ДѢЙСТВІЯ НАДЪ ЧИСЛАМИ ОТЪ ОДНОГО ДО ДЕСЯТИ.

Предметъ этой Первой Степени исчисленія есть всестороннее изученіе первыхъ десяти натуральныхъ чиселъ. Точное и основательное изученіе этихъ чиселъ состоитъ не только въ умѣньи пересчитать ихъ въ естественномъ порядкѣ отъ перваго до послѣдняго, или обратно; но и въ подробномъ разсмотрѣніи всѣхъ отношеній, въ какихъ только можетъ быть одно число къ другому. Ученикъ, во-первыхъ, долженъ узнать, какимъ образомъ каждое бóльшее число составляется изъ меньшихъ; во-вторыхъ, на какія составныя части оно можетъ разлагаться, и втретьихъ, какъ одно число увеличивается или уменьшается другимъ. Лучшее средство для достиженія этой цѣли есть наглядность. Поэтому первоначальныя исчисленія должно производить надъ предметами, и преимущественно тѣми, которые находятся предъ глазами учениковъ. При всѣхъ этихъ упражненіяхъ, съ пользою можетъ служить таблица, помѣщенная въ концѣ книги подъ № I, которую для школъ можно составить въ большомъ размѣрѣ и наклеить на картонъ или полотно.

№ 1. ПЕРВОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Счисленіе отъ одного до десяти.

Сначала дѣти должны научиться считать до десяти.

Почти каждое шести или семилѣтнее дитя, вступая въ школу, умѣетъ уже сколько нибудь считать, но какъ? Если вы спросите маленькаго новичка: умѣетъ ли онъ считать, то всегда получите въ отвѣтъ радостное, самонадѣянное »да«; но заставьте его что-либо сосчитать, и вы удостовѣритесь, какія трудныя занятія его ожидаютъ. Одинъ, принявшись за счисленіе, начинаетъ дѣлать скачки, напримѣръ: »одинъ, два, пять, четыре« и проч., другой выговариваетъ числа такъ непонятно, что вы тотчасъ удостовѣряетесь, что онъ заучилъ счисленіе безъ всякаго сознанія. Несравненно благоразумнѣе поступитъ учитель, если поведетъ такихъ учениковъ съ самыхъ первыхъ началъ въ своей наукѣ, и вотъ по какому пути.

Работы въ школѣ обыкновенно производятся или на столахъ, за которыми сидятъ ученики, или на большой черной деревянной доскѣ, подлѣ которой они окружаютъ своего учителя. Соображаясь съ этимъ, въ первомъ случаѣ удобнѣе производить исчисленія бобами, камешками, игральными косточками, пальцами и т. п.; во второмъ, чертами, точками, кружками и проч. Мы будемъ употреблять черты и точки, потому что посредствомъ этихъ знаковъ удобнѣе объясняться на бумагѣ; но замѣтимъ однажды навсегда, что *учитель долженъ употреблять вообще всѣ возможные предметы, чтобы многостороннѣе развить въ дѣтяхъ понятіе о числахъ.*

Арабскія цифры здѣсь не идутъ еще къ дѣлу. Ихъ должно тогда употреблять, когда дѣти станутъ понимать отвлеченныя числа отъ одного до десяти.

Покажемъ настоящій ходъ дѣйствія, который удобнѣе всего производить по таблицѣ, помѣщенной въ концѣ книги подъ № I-мъ. Эта таблица состоитъ изъ десяти горизонтальныхъ и столькихъ же вертикальныхъ рядовъ, или всего изъ 100 клѣтокъ. Въ каждой клѣткѣ перваго горизонтальнаго ряда стоитъ по одной черточкѣ, въ каждой клѣткѣ втораго ряда — по двѣ черточки, и т. д. до десятаго, въ которомъ въ каждой клѣткѣ по десяти черточекъ.

Учитель (повѣсивъ предъ учениками таблицу № I-го и, показавъ на первую клѣтку перваго горизонтальнаго ряда, спрашиваетъ:)

Сколько тутъ черточекъ?

Дѣти. Тутъ *одна* черточка.

Должно стараться, чтобы ученики надъ подчеркнутыми словами усиливали удареніе.

У. (показавъ на двѣ клѣтки того же ряда)

Сколько теперь черточекъ?

Д. Теперь *двѣ* черточки.

У. Поэтому *одна* черточка и еще *одна* черточка, сколько черточекъ?

Д. *Одна* черточка и еще *одна* черточка, *двѣ* черточки.

У. (показавъ вдругъ на три клѣтки того же ряда)

Сколько здѣсь?

Д. Здѣсь *три* черточки.

У. *Двѣ* черточки и *одна* черточка составляютъ всего сколько?

Д. *Двѣ* черточки и *одна* черточка составляютъ всего *три* черточки.

Такимъ образомъ продолжаетъ учитель считать

съ дѣтьми до десятой клѣтки перваго горизонтальнаго ряда таблицы, пока наконецъ, показавъ вдругъ на всѣ клѣтки, спроситъ:

Сколько здѣсь всего черточекъ?

Д. Здѣсь всего *десять* черточекъ.

У. Поэтому *девять* черточекъ и еще *одна* черточка сколько составляютъ всего?

Д. *Девять* черточекъ и еще *одна* составляютъ всего *десять* черточекъ.

Тщательно должно наблюдать, чтобы дѣти всегда давали точные и полные отвѣты; напр.: »*У.* *Четыре черточки* и *одна* черточка сколько составляютъ?« — *Д.* »Четыре черточки и одна черточка составляютъ *пять* черточекъ.« Не надобно допускать, чтобы они отвѣчали просто: »пять черточекъ.« Эта опредѣленность въ отвѣтахъ составляетъ въ началѣ курса необходимое условіе всякаго хорошаго преподаванія.

Если при классѣ нѣтъ готовой и сдѣланной въ большомъ размѣрѣ таблицы, то учитель легко можетъ замѣнить ее письмомъ черточекъ на большой классной доскѣ. Но онъ не вдругъ пишетъ всѣ десять черточекъ, а приписываетъ къ одной другую, третью и пр. по мѣрѣ прикладыванія. Чтобы удостовѣриться, что дѣти не только умѣютъ по порядку считать отъ 1 до 10, но знаютъ всѣ числа вразбивку, учитель для этого указываетъ на разныя группы черточекъ, помѣщенныхъ отдѣльно въ каждой клѣткѣ послѣдующихъ горизонтальныхъ рядовъ таблицы. Или, написавъ такія группы на доскѣ, напр. сперва 4, потомъ 6, далѣе 8 черточекъ и проч.



и показывая, то на одну, то на другую группу, спрашиваетъ: сколько тутъ? тамъ? здѣсь? и пр. и пр.

Чтобы ученики не примѣняли выученнаго счисленія къ однѣмъ только черточкамъ, заставляйте ихъ считать точки; но при этомъ случаѣ весьма хорошо давать разное положеніе группамъ точекъ, и даже одной и той же группѣ. Напримѣръ:

a) . . . . b) . . . . c) . d) . . .
 . . . .
e) . . f) . . . .
 . . . . g) . . .
 . . . . .
 .

Такимъ же образомъ можно раскладывать бобы, камешки и проч. Полезно также заставлять самихъ дѣтей располагать подобныя группы.

Не останавливаясь долго на однѣхъ чертахъ и точкахъ, учитель долженъ стараться сколько возможно разнообразить свои упражненія, придавая имъ чрезъ то болѣе живости. Задачи, которыя составляются для этого, должны удовлетворять слѣдующимъ условіямъ:

1) Онѣ берутся изъ круга дѣтскихъ занятій;
2) должны быть точны, справедливы и полны;
3) занимательны какъ самымъ тономъ разсказа, такъ и загадачностію содержанія;
4) разнообразны;
5) нравственнаго и поучительнаго содержанія.

Учитель всегда имѣетъ въ виду, къ какому сословію принадлежатъ его ученики, также живутъ ли они въ большомъ городѣ, или въ маломъ, или въ деревнѣ. При этомъ случаѣ не должно забывать сколько возможно ранняго развитія чувства мѣстности.

Примѣненія. Сосчитайте, сколько пальцевъ на обѣихъ рукахъ каждаго изъ васъ! — Узнайте, много ли с.еколъ въ окнѣ, подлѣ котораго вы сидите! — Сколько у васъ пальцевъ на правой ногѣ? — А на лѣвой? — Сколько ногъ имѣетъ каждая лошадь? — Сколько ножекъ имѣетъ столъ, который стоитъ предъ вами? — Какихъ одинакихъ вещей въ этой комнатѣ болѣе одной? — Отъ чего корова называется »четвероногое« животное? — Пѣтухъ тоже четвероногое животное? — Сколько рамъ въ каждомъ окнѣ? — Сколько угловъ въ этой комнатѣ? — Сосчитайте, сколько каждый изъ васъ имѣетъ на своей курткѣ пуговицъ! — Много ли въ недѣлѣ дней? — Сколько у каждаго человѣка глазъ, носовъ, ушей, составовъ на каждомъ пальцѣ? — Чего на деревѣ мы видимъ болѣе одного? — Покажите четыре, пять, шесть, семь, восемь, девять, десять пальцевъ! — Сколько копѣекъ въ пятакѣ, грошѣ? — Какое число крыльевъ у каждой птицы? — Сдѣлайте впередъ три шага! Сдѣлайте четыре, пять, шесть, и проч. шаговъ! — Пройдите отсюда до дверей, и считайте шаги!

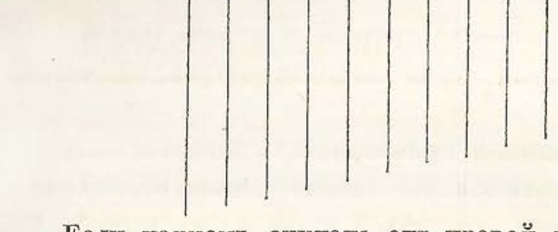
№ 2. ВТОРОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Названія чиселъ отъ одного до десяти по мѣсту, занимаемому ими въ ихъ натуральномъ ряду.

По мѣсту, занимаемому числами въ ихъ натуральномъ ряду, они имѣютъ слѣдующія названія: *пѐрвый (ая, ое), второ̀й, тре́тій, четвѐртый, пя́тый, шесто̀й, седьмо̀й, осьмо̀й, девятый и десятый.*

Для этого упражненія удобнѣе служатъ черты̀ неодинаковой длины, расположенныя вертикально.

У. (написавъ на доскѣ десять чертъ, изъ которыхъ каждая послѣдующая менѣе своей предыдущей, и пото́мъ, указывая на самую меньшую, спрашиваетъ:)



Если начнемъ считать отъ правой стороны (или отъ правой руки), то какъ назовется эта черта?

Д. Первая.

У. Какъ назовемъ слѣдующую черту?

Д. Вторая.

У. (указывая на третью) А эту?

Д. Третія.

Такъ продолжаетъ поступать до 10-й черты, и пото́мъ заставляетъ того или другаго ученика повторить всѣ эти названія.

У. Которая изъ этихъ чертъ есть самая длинная?

Д. Десятая черта есть самая длинная.

У. Которая черта есть кратчайшая?

Д. Первая черта есть кратчайшая.

У. Которая черта длиннѣе первой, но короче всѣхъ другихъ?

Д. Вторая и проч.

У. Которая черта короче десятой, но длиннѣе всѣхъ остальныхъ?

Д. Девятая и проч.

У. Между какими чертами находится четвертая черта?

Д. Четвертая черта находится между третьею и пятою чертами.

У. Которой изъ нихъ она длиннѣе и которой короче?

Д. Она длиннѣе третьей и короче пятой.

У. Которая черта длиннѣе пяти, но короче остальныхъ?

Д. Шестая и проч.

У. (показывая на самую длинную). Теперь начнемъ считать отъ лѣвой стороны къ правой. Которая изъ чертъ назовется теперь первою, самая длинная или кратчайшая?

Д. Начиная считать съ лѣвой стороны, самая длинная черта будетъ первою.

У. Которая черта прежде называлась первою?

Д. Кратчайшая.

У. Теперь кратчайшая черта будетъ которой по мѣсту?

Д. Десятою.

У. Поэтому какъ мы называемъ то, что слѣдуетъ за *первымъ?*

Д. То, что слѣдуетъ за первымъ, называемъ мы *вторымъ.*

У. А далѣе?

Д. *Третьимъ, четвертымъ, пятымъ* и пр.

У. (поставивъ десять учениковъ въ рядъ) какъ назовется тотъ, который стоитъ впереди всѣхъ?

Д. *Первый.*

У. А за нимъ?

Д. Второй.

У. А послѣдній?

Д. Десятый.

У. Выйди впередъ третій ученикъ! седьмой! четвертый и проч. Если всѣхъ васъ поставить по росту такъ, чтобы тотъ, кто выше всѣхъ, стоялъ бы позади, тогда самый маленькій изъ васъ которымъ будетъ стоять?

Д. Первымъ?

Примѣненія. Какъ назовется тотъ, который станетъ между *пятымъ* и *седьмымъ?* — Что можно сказать о его ростѣ въ сравненіи съ его товарищами? — Сколько будетъ учениковъ между *первымъ* и *девятымъ?* — Послѣ *перваго* Января слѣдуетъ которое число? — А послѣ *седьмаго?* —

Первый	день	послѣ	Воскресенья	*Понедѣльникъ;*
Второй	—	—	—	*Вторникъ;*
Третій (средній)	—	—	—	*Среда;*
Четвертый		—	—	*Четвертокъ;*
Пятый	—	—	—	*Пятница;*
Шестой	—	—	—	*Суббота.*

Цѣль этихъ двухъ упражненій достигнута, если дѣти будутъ въ состояніи:

1) показать каждый разъ правильную последовательность численныхъ группъ, отъ 1 до 10;
2) безостановочно означить каждую отдѣльно взятую группу, и также изобразить на аспидныхъ доскахъ продиктованную имъ группу чертами или точками;
3) назвать число всякихъ предметовъ, напр. учениковъ, книгъ, грифелей и пр.;
4) считать наизусть отъ 1 до 10 впередъ и взадъ, и опредѣлять промежуточныя числа, не прибѣгая уже ни къ какимъ знакамъ.

№ 3. ТРЕТІЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Сложеніе двухъ или болѣе чиселъ, которыхъ суммы не превышаютъ числа десяти.

Повторивъ вкратцѣ первое упражненіе, или по таблицѣ или на доскѣ посредствомъ точекъ, учитель приступаетъ къ прибавленію по *два*, *три* и проч., наблюдая однако жъ, чтобы во всѣхъ случаяхъ суммы не превышали числа десяти.

У. (показывая на первую и вторую клѣтки перваго вертикальнаго ряда)

Прибавивъ къ *одной* черточкѣ *двѣ* черточки, сколько получимъ черточекъ?

Д. Къ *одной* черточкѣ прибавивъ *двѣ* черточки, получимъ *три* черточки.

У. Поэтому *одна* черточка и еще *двѣ* черточки, сколько черточекъ?

Д. *Одна* черточка и еще *двѣ* черточки составляютъ *три* черточки.

У. Ѳедя получилъ вчера два яблока и сегодня тоже два; сколько яблоковъ онъ получилъ въ оба дня?

Д. Въ оба дня Ѳедя получилъ четыре яблока.

Мало по малу учитель проходитъ такимъ образомъ по таблицѣ всѣ слѣдующіе ряды, которые, для краткости письма, означаемъ цифрами, хотя здѣсь еще нѣтъ до нихъ дѣла:

a) $1+1=2$
$2+1=3$
$3+1=4$
$4+1=5$
и т. д.
до $9+1=10$

b) $1+2=3$
$2+2=4$
$3+2=5$
$4+2=6$
и т. д.
до $8+2=10$.

c) $1+3=4$
$2+3=5$
и т. д.
до $7+3=10$.

d) $1+4=5$
$2+4=6$
и т. д.
до $6+4=10$.

e) $1+5=6$
$2+5=7$
и т. д.
до $5+5=10$.

f) $1+6=7$
$2+6=8$
$3+6=9$
$4+6=10$.

g) $1+7=8$
$2+7=9$
$3+7=10$.

h) $1+8=9$
$2+8=10$.

Но тутъ должно наблюдать:

1, Чтобы дѣти умѣли складывать по этимъ рядамъ не только по порядку, но и вразбивку.

2, Чтобы по мѣрѣ прохожденія этихъ рядовъ всегда имѣть въ виду примѣненіе выученнаго къ жизни.

Примѣненія. Вчера Петруша купилъ *два* листа бумаги

а сегодня *три* листа. Сколько листовъ онъ купилъ въ оба дня? — Саша получилъ отъ маменьки *три* яблока, старшій братъ далъ ему еще *три* яблока. Сколько онъ получилъ всего яблоковъ? — Сколько составляютъ *шесть* и *два?* — *Семь* и *два?* — А *четыре* и *пять?* — Сколько надобно прибавить къ *семи*, чтобы получить *девять?* — Какое число *двумя* болѣе *пяти?* — Сколько надобно прибавить къ *тремъ*, чтобы вышло *девять?* — Сколькими единицами число *семь* болѣе *четырехъ?* — Сколько къ *четыремъ* должно прибавить для полученія *десяти?* — Александръ имѣетъ *четыре* рубля, но чтобъ онъ могъ купить книгу, къ его деньгамъ надобно прибавить еще *пять* рублей. Сколько же рублей стòитъ книга? — Если сегодня Четвертокъ, то чрезъ сколько дней кончится эта вся недѣля? — Ванюша написалъ *семь* строкъ, а Ѳединька *двумя* строками болѣе его. Сколько написалъ послѣдній? — Зрѣніе, слухъ обоняніе, вкусъ, осязаніе суть чувства человѣка. Сколько человѣкъ имѣетъ чувствъ? — У лягушки *четыре* ноги, а у улитки ни одной. Много ли у обѣихъ? — Въ одной изъ моихъ рукъ *три* боба, а въ другой *четырьмя* болѣе. Много ли въ обѣихъ? — Петрушѣ *два* года отъ рожденія, а Саша *тремя* годами старѣе его. Много ли лѣтъ обоимъ вмѣстѣ? —

Наконецъ, учитель можетъ перейти къ сложенію по три числа вмѣстѣ, сумма которыхъ чтобы также не превышала числа десяти, — и вотъ ряды для этого:

a) 1+1+1=3	b) 1+2+2=5	c) 2+2+2=6	d) 3+3+3= 9
1+1+2=4	1+2+3=6	2+2+3=7	3+3+4=10
1+1+3=5	1+2+4=7	и проч.	и т. д.
и проч.	и проч.		

Задача. Сколько получится, если сложить вмѣстѣ *три, два* и *одинъ?*

Рѣшеніе. Три, два и *одинъ* составляютъ *шесть;* потому что *три* и *два* суть *пять, пять* и *одинъ* суть *шесть*.

Вопросъ. Четыре, три и *два* много ли всего?

Отвѣтъ. Девять.

Не худо также познакомить дѣтей съ перестановкою чиселъ, и показать имъ, что какъ бы ни были перестановлены числа, данныя для сложенія, и съ какого числа не начинали бы складывать, всегда выйдетъ одна и та же сумма.

Примѣръ.

Одинъ, два и *три* составляютъ *шесть;*
Одинъ, три и *два* — *шесть;*
Два, одинъ и *три* — *шесть;*
Два, три и *одинъ* — *шесть;*
Три, два и *одинъ* — *шесть;*
Три, одинъ и *два* — *шесть;*

Примѣненія. Если я подался впередъ сперва на *два* шага, потомъ на *четыре,* и наконецъ еще на *три*; то на сколько всего шаговъ я подался впередъ? — *Четыре, три* и *два*, много ли всего? — Владиміръ купилъ въ Среду *семь* пряниковъ, въ Четвертокъ *одинъ* пряникъ, а въ Пятницу *два* пряника. Сколько пряниковъ купилъ онъ во всѣ три дня? — Въ одной квартирѣ три комнаты: въ первой комнатѣ *три* окна, въ другой *два,* а въ послѣдней *одно* окно. Много ли оконъ во всей квартирѣ?

№ 4. ЧЕТВЕРТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Вычитаніе или отнятіе изъ первыхъ десяти чиселъ по одной, двѣ, три и проч. единицъ.

Здѣсь, какъ и при сложеніи, учитель сперва проходитъ по таблицѣ, восходя постепенно отъ нижняго ряда до верхняго въ первомъ столбцѣ, т. е. отъ

IIIIIIIIII до I.

Указавъ на послѣдній рядъ, гдѣ находится десять черточекъ, учитель говоритъ: »отъ *десяти* черточекъ отнявъ *одну*, останется *девять*,« и въ тоже время указываетъ на второй рядъ снизу, гдѣ означено *девять* черточекъ.

Такимъ же образомъ:

Отъ IIIIIIIII отнявъ I отстается IIIIIIII.

— IIIIIIII — I — IIIIIII.

Онъ останавливается на этомъ дѣйствіи до-тѣхъ-поръ, пока ученики будутъ удовлетворительно обозначать остатки отъ вычитанія чиселъ. Для разнообразія, можно замѣнить черточки бобами, камешками, орѣхами и проч.

Но чтобы дѣти хорошо успѣли въ этомъ дѣлѣ, обратитесь къ письменному упражненію.

У. (написавъ на доскѣ 10 черточекъ).

IIIIIIIIII

Перечтите, сколько тутъ черточекъ?

У. Сколько останется, если одну зачеркнуть, вотъ такъ:

IIIIIIIIII?

Д. Останется девять черточекъ.

У. Поэтому, отъ *десяти* отнявъ *одну*, сколько получаемъ?

Д. Отъ *десяти* и проч.

У. Сколько надобно отнять отъ *десяти,* чтобы вышло *девять?*

Д. Одну.

У. (зачеркивая еще одну черточку).

IIIIIIIIIX.

Сколько теперь осталось?

Д. *Восемь.*

У. Отъ *десяти* отнявъ *два*, сколько останется?

Д. *Восемь.*

У. Чѣмъ *десять* болѣе *двухъ?*

Д. *Восемью.*

У. Чѣмъ *десять* болѣе *восьми?*

Д. *Двумя.*

У. Чѣмъ *восемь* менѣе *десяти?*

Д. *Двумя.*

У. Чѣмъ *два* менѣе *десяти?*

Д. *Восемью.*

Примѣненія. Я имѣлъ *четыре* орѣха, и *одинъ* орѣхъ съѣлъ. Сколько у меня осталось? — Летѣло *пять* гусей; изъ нихъ *одинъ* отсталъ. Сколько впереди? — и пр. и пр.

Тѣмъ же путемъ учитель идетъ далѣе и проходитъ всѣ слѣдующіе ряды:

a) $10 - 1 = 9$	b) $10 - 2 = 8$
$9 - 1 = 8$	$9 - 2 = 7$
и т. д.	$8 - 2 = 6$
до $1 - 1 =$ ничему	
	и т. д.

При прохожденіи этихъ рядовъ, измѣняйте сколько можно выраженія и пріемы, чтобы отдалить отъ себя всякій механизмъ.

Такъ напримѣръ:

1) *Два* безъ *одного* остается *одинъ*;
Три — *одного* — *два*;
Четыре — *одного* — *три*;

и т. д.

2) *Десять* безъ *двухъ* въ остаткѣ *восемь*;
Девять — *двухъ* — *семь*;

и т. д.

3) Изъ *пяти* вычитая *пять* ничего не получаемъ;
— *шести* — *пять* получаемъ *одинъ*;
— *семи* — *пять* — *два*;

и т. д.

4) Число *шесть* ни чѣмъ не болѣе *шести*;
Число *семь однимъ* болѣе *шести*;
— восемь *двумя* — *шести*;

и т. д.

5) Между *девятью* и *девятью* нѣтъ никакой разности.
Между *десятью* и *девятью* разность есть одинъ.

Примѣненія. Константину *девять* лѣтъ отъ роду, а сестра моложе его *двумя* годами. Сколько лѣтъ послѣдней? — Алексѣй получилъ отъ матери *восемь* яблоковъ; *пять* яблоковъ онъ подарилъ товарищу. Много ли у него осталось? — и пр. и пр.

№ 5. ПЯТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Разложеніе чиселъ отъ 1 до 10 на ихъ составныя части. *)

Разложеніе чиселъ на ихъ составныя части есть

*) Само собою разумѣется, что здѣсь должно ограничиваться разложеніемъ чиселъ на меньшія тоже цѣлыя числа, но отнюдь не дробныя.

упражненіе весьма полезное. Оно, находясь въ тѣсной связи съ предыдущими упражненіями, упрочиваетъ въ ученикѣ знаніе началъ сложенія и вычитанія; оно же служитъ весьма важнымъ приготовительнымъ упражненіемъ и для двухъ прочихъ ариѳметическихъ дѣйствій.

Вотъ ходъ дѣйствія.

a. *У*читель (указывая на черточку, помѣщенную въ первой клѣткѣ перваго вертикальнаго ряда)

Это *одинъ разъ одинъ*.

Дѣти повторяютъ сказанное.

У. (указывая на вторую клѣтку того же ряда)

Здѣсь сколько разъ взята одна черточка?

Д. Здѣсь взята *два раза одна* черточка.

У. *Два раза одна* черточка все равно, *что дважды одна.*

У. (указывая на III.)

Здѣсь сколько разъ поставлена одна черта?

Д. *Три раза одна* черточка или *трижды одна.*

Такъ поступаютъ до послѣдней клѣтки перваго вертикальнаго ряда.

Если дѣти отвѣчаютъ каждый разъ скоро и твердо, тогда учитель заставляетъ того или другаго изъ нихъ проговорить весь рядъ по порядку, отъ 1 до 10, и обратно. Послѣ того слѣдуютъ отдѣльные вопросы:

Здѣсь сколько разъ одна черточка? А тутъ? Тамъ? и проч.

b. *У.* (обративъ вниманіе дѣтей на вторую и третью клѣтки перваго вертикальнаго ряда).

Въ которой клѣткѣ болѣе черточекъ, во второй или третьей?

Д. Въ третьей.

У. Чѣмъ болѣе?

Д. Одною черточкою.

У. Поэтому *три* черточки все равно, что *двѣ* черточки и еще сколько?

Д. И еще одна.

У. То есть три состоитъ изъ двухъ и одной или одной и двухъ.

У. (такимъ же образомъ указывая на третью и четвертую клѣтки)

Въ которой клѣткѣ больше черточекъ?

Д. Въ четвертой.

У. Сколькими болѣе?

Д. Одной.

У. Поэтому *четыре* черточки все равно, что *три* черточки и *еще* одна *черточка*.

Такимъ образомъ получатся слѣдующіе ряды:

1) Два болѣе одного единицею,
Три болѣе двухъ единицею,
Четыре болѣе трехъ единицею,
и проч и проч. до
десять болѣе девяти единицею.

2) Или обратно:
Единица менѣе двухъ единицею,
Два менѣе трехъ единицею,
Три менѣе четырехъ единицею,
и проч.

3) Также:
Два все равно, что одинъ и одинъ,
Три все равно, что два и одинъ,
Четыре все равно, что три и одинъ,
Пять все равно, что четыре и одинъ,
и проч. и проч.

c) *У.* (указывая на вторую и четвертую клѣтки) Здѣсь сколько разъ одинъ?

Д. Здѣсь *два раза одинъ.*

У. А здѣсь сколько разъ одинъ?

Д. Здѣсь *четыре раза одинъ.*

У. Если отъ *четырехъ* отниму *два,* то сколько останется?

Д. Останется *два.*

У. И такъ, четыре можно разложить на какія двѣ равныя части?

Д. На два и два.

У. Поэтому четыре все равно, что сколько разъ два?

Д. Два раза два или *дважды два.*

У. (указывая на четвертую и третью клѣтки) Если отъ четырехъ отниму три, то сколько останется?

Д. Останется одна.

У. Разложите четыре на двѣ неравныя части.

Д. Четыре состоитъ изъ трехъ и одной.

У. Поэтому четыре можно разлагать на равныя и неравныя части. Если четыре разложить на двѣ равныя части, то по скольку придется на каждую часть?

Д. На каждую часть придется по два.

У. А если на двѣ неравныя части?

Д. Въ одной части будетъ три, а въ другой одна.

У. (указывая на пятую клѣтку).

Можно ли пять черточекъ такъ разложить на двѣ части, чтобы въ одной было столько же черточекъ, сколько и въ другой?

Д. Нѣтъ! число пять можно разложить на четыре и одинъ.

У. А еще какъ?

Д. На три и два.

У. А еще какъ?

Д. Болѣе никакъ.

Такъ проходитъ учитель цѣлый рядъ. Но, что дѣлается по таблицѣ черточками, то можно, и даже должно для разнообразія производить на столахъ бобами, камешками, игральными косточками и проч.

Послѣ чего спрашиваетъ:

У. Какія же изъ всѣхъ десяти чиселъ можно разложить на двѣ равныя части?

Д. *Два, четыре, шесть, восемь* и *десять.*

У. А какія числа нельзя?

Д. *Три, пять, семь* и *девять.*

У. Числа, которыя можно раздѣлить на двѣ равныя части такъ, чтобы въ каждой было по одинакому числу единицъ, называются *четными;* а которыхъ не льзя — *нечетными.*

Дѣти должны выучить твердо наизустъ всякое сообщенное имъ опредѣленіе. Лучше всего заставлять ихъ учить всѣмъ вдругъ и въ одинъ голосъ. Учитель при этомъ случаѣ показываетъ видъ, будто бы онъ самъ учится съ дѣтьми. Не знаю трудности, которой не преодолѣли бы дѣти, если учитель самъ работаетъ съ ними, но не какъ учитель, а какъ старшій между ними ученикъ.

Примѣненія. По скольку придется на каждаго изъ двоихъ дѣтей, если раздѣлить между ними по-равно *шесть* яблоковъ? — Двое мальчиковъ за хорошее прилежаніе получили *десять* грушъ, которыя они раздѣлили между собою по равной части. По сколько пришлось каждому? — Четное или нечетное число крыльевъ у каждой птицы? —

Какое число ногъ у каждой лошади? — Четное или нечетное число пальцевъ на одной рукѣ у каждаго изъ васъ? — Почему? — А число пальцевъ обѣихъ рукъ? — Почему? — Число дней въ недѣлѣ есть четное? — На какія двѣ неравныя части можно разложить число *пять?* — А еще какъ? —

У. Вотъ вамъ девять бобовъ, дѣлите ихъ между Александромъ и Петромъ!

Д. Если Александръ возьметъ себѣ *одинъ бобъ*, то Петру достанется *восемь*.

Если	Александру	*два*,	то	Петру	*семь;*
—	—	*три*,	—	—	*шесть;*
—	—	*четыре*,	—	—	*пять;*
—	—	*пять*,	—	—	*четыре;*
—	—	*шесть*,	—	—	*три;*
—	—	*семь*,	—	—	*два;*
—	—	*восемь*,	—	—	*одинъ;*

У. А если Александру *девять?*

Д. То Петру ничего.

Подобнымъ образомъ учитель разлагаетъ съ дѣтьми числа на три, четыре, пять и проч. равныхъ и неравныхъ частей, не забывая ни при какомъ случаѣ дѣлать примѣненій.

№ 6. ШЕСТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Первоначальныя понятія о частяхъ единицы.

Это упражненіе происходитъ изъ предыдущаго. Послѣ дѣленія чиселъ на части, состоящія изъ однихъ цѣлыхъ, естественно рождается вопросъ: какъ раздѣлить единицу (и вообще всѣ числа отъ 1 до 10) на двѣ, три, четыре, пять и болѣе равныхъ ча

стей? Это приводитъ насъ къ дробямъ. Но здѣсь мы можемъ дать о нихъ только поверхностное понятіе.

Вотъ въ чемъ можетъ состоять это упражненіе.

У. (начертивъ на доскѣ двѣ равныя линіи)

Можно ли каждую изъ этихъ чертъ раздѣлить на двѣ равныя части?

Д. Можно.

У. Раздѣлите же первую черту на двѣ равныя части! (Дѣти исполняютъ требуемое).

У. На сколько частей раздѣлена эта черта?

Д. На двѣ равныя части.

У. Можемъ ли другую черту раздѣлить на двѣ равныя части?

Д. Можемъ.

У. Мы можемъ дѣлить такимъ образомъ однѣ только черты?

Д. Нѣтъ; всякую вещь.

У. Такъ! мы можемъ раздѣлить на двѣ равныя части яблоко, пряникъ, листъ бумаги, грифель и проч., однимъ словомъ, *всякую вещь*.

Если какая-либо вещь раздѣлена на двѣ равныя части, то сколько такихъ частей надобно взять, чтобы опять получить цѣлую вещь?

Д. Двѣ такія части.

У. Если всякую *цѣлую* вещь, или просто *всякое цѣлое* раздѣлить на двѣ равныя части, т. е. *пополамъ*, то каждая часть назовется *половиною*. Сколько половинъ надобно взять, чтобы получить цѣлое?

Д. Двѣ половины.

У. Вотъ вамъ листъ бумаги, раздѣлите его на половины!

У. Если цѣлое яблоко мы раздѣлимъ между собою двумя такъ, что сколько получитъ одинъ, столько и другой, то много ли каждому достанется?

Д. Половина.

У. А если себѣ возьму я болѣе, нежели вы?

Д. Тогда яблоко не будетъ раздѣлено на двѣ равныя части.

Сколько нужно имѣть намъ двоимъ яблоковъ, чтобы каждому досталось по цѣлому яблоку? Можно ли урокъ раздѣлить на половины?

У. (показывая на вторую черту). Но можемъ ли эту черту раздѣлить иначе?

Д. Мы можемъ раздѣлить её еще на три равныя части.

|———|———|———|

У. Если цѣлое раздѣлить на три равныя части, то каждая часть назовется *одною третью*. Покажите *одну треть!* Покажите *двѣ трети!* Сколько же третей имѣетъ цѣлое?

Д. Цѣлое имѣетъ три трети.

У. По скольку получитъ каждый, если одно яблоко раздѣлить между вами тремя по равной части?

Д. По одной трети яблока.

У. Если Александру дать двѣ трети яблока, а Петру одну треть, то который будетъ имѣть больше?

Д. Александръ.

У. Чѣмъ больше?

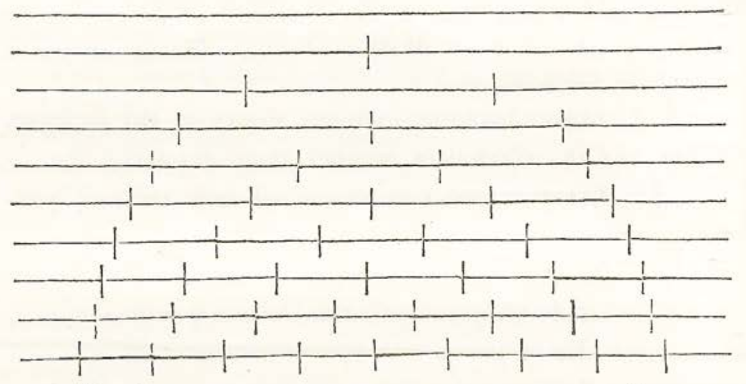
Д. Одною третью.

У. Вотъ листъ бумаги, отдѣлите отъ него для меня одну треть!

У. Только ли на двѣ и на три равныя части можно дѣлить цѣлое?

Д. Можно также раздѣлить каждое цѣлое на четыре, пять шесть и проч. частей.

У. Хорошо! Проведите на вашихъ доскахъ десять равныхъ линій, и вторую изъ нихъ раздѣлите на двѣ, третью на три, четвертую на четыре равныя части, и т. д. до 10-й, которую раздѣлите на десять равныхъ частей!



У. (переходя постепенно отъ верхней до самой нижней черты)

Это цѣлая черта.

Вторая цѣлая черта раздѣлена на *двѣ половины.*

Третья цѣлая черта раздѣлена на *три трети.*

Четвертая цѣлая черта раздѣлена на *четыре* четверти.

и т. д.

Дѣти повторяютъ за учителемъ.

Послѣ этого можно спрашивать ихъ: покажите половину цѣлаго! гдѣ пятая часть? Покажите одну десятую часть! Гдѣ двѣ трети? Пять шестыхъ? и проч. и прчо.

У. Какія части длиннѣе, половины или трети?

Д. Половины.

У. Почему?

Д. Потому что половинъ только *двѣ* въ цѣлой чертѣ, а третей въ такой чертѣ *три*.

У. Точно такъ!

Поэтому

1) *Одна половина* болѣе *одной трети;*
Одна треть болѣе *одной четверти;*
Одна четверть болѣе *одной пятой;*

и т. д.

Обратно,

2) *Одна десятая менѣе одной девятой;*
Одна девятая менѣе *одной осьмой;*
Одна осьмая менѣе *одной седьмой;*

и т. д.

Также

3) *Двѣ половины* болѣе *двухъ третей;*
Двѣ трети болѣе двухъ четвертей;
Двѣ четверти болѣе *двухъ пятыхъ;*

и т. д.

Обратно,

4) *Двѣ десятыя* менѣе *двухъ девятыхъ;*
Двѣ девятыя менѣе *двухъ осьмыхъ;*
Двѣ осьмыя менѣе *двухъ седьмыхъ;*

и т. д.

5) *Три трети* болѣе *трехъ четвертей;*
Три четверти болѣе *трехъ пятыхъ;*

и проч. и проч.

У. Почему *три трети* болѣе *трехъ четвертей?*

Д. Потому что *три трети* составляютъ цѣ-

лую черту, а *три четверти* не составляютъ цѣлой черты.

У. Сколько къ *тремъ четвертямъ* надобно прибавить, чтобы получить цѣлую черту?

Д. Къ тремъ четвертямъ надобно прибавить еще *одну четверть,* чтобы получить цѣлую черту.

У. (показывая на вторую и четвертую черты) На сколько частей раздѣлена вторая черта?

Д. На двѣ половины.

У. А четвертая?

Д. На четыре четверти.

У. Гдѣ будетъ половина у четвертой черты?

Д. Вотъ она!

У. Сколько на половину приходится четвертей?

Д. На половину черты приходится двѣ четверти.

У. А на другую?

Д. Тоже двѣ четверти.

У. Поэтому одна половина все равно, что сколько четвертей?

Д. Одна половина все равно, что двѣ четверти.

Такимъ образомъ сравнивая вторую черту съ шестою, осьмою и десятою, учитель обращаетъ вниманіе дѣтей на то, что на каждую половину приходится по три шестыхъ, по четыре осьмыхъ и по пяти десятыхъ.

Все это упражненіе должно производить также надъ бобами, камешками и проч.

Примѣненія. Здѣсь лежатъ двѣ кучки, въ каждой по шести бобовъ; первую кучку я раздѣляю на двухъ, а другую на трехъ мальчиковъ. Которые больше получатъ? —

Сколько шестыхъ приходится на одну треть? Сколько составляетъ половина отъ четырехъ? — Если восемь раздѣлить на двѣ равныя части, то по скольку придется на каждую половину? — Единица составляетъ какую часть отъ двухъ? — А какую часть отъ трехъ, четырехъ, пяти и пр.? Два составляютъ половину отъ какого числа? — Три составляютъ какую часть отъ девяти? — и проч. и проч.

Здѣсь мы останавливаемся, потому что дальнѣйшее ученіе о дробяхъ было бы теперь еще неумѣстно, и даже затрудняло бы дѣтей.

№ 7. СЕДЬМОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

О изображеніи первыхъ десяти чиселъ цифрами.

Цифры суть обще-принятые знаки для изображенія чиселъ. Онѣ называются Арабскими по причинѣ изобрѣтенія ихъ Арабами, и служатъ почти тѣмъ же для чиселъ, чѣмъ ноты для музыки и буквы для словъ.

Учитель, имѣя въ виду познакомить дѣтей съ употребленіемъ цифръ, не долженъ входить въ дальнія объясненія о пользѣ этихъ знаковъ предъ прочими, о сравненіи ихъ съ Римскими цифрами, о постепенномъ измѣненіи, которое онѣ потерпѣли во времени и проч. и проч.

У. До-сихъ-поръ вы писали числа черточками; но черточки очень много занимаютъ мѣста. Я вамъ покажу теперь другіе знаки, которыми несравненно удобнѣе означать числа. Вотъ они: (Здѣсь учитель, изобразивъ черточками весь рядъ чиселъ, отъ одного до десяти, пишетъ надъ каждою отдѣльною группою соотвѣтствующую ей цифру).

1. 2. 3. 4. 5. 6.

I. II. III. IIII. IIIII. IIIIII.

7. 8. 9.

IIIIIII. IIIIIIII. IIIIIIIII.

10.

IIIIIIIIII.

У. (указывая на первую цифру).

Вотъ цифра для означенія единицы. Напишите эту цифру на вашихъ доскахъ!

(Дѣти исполняютъ требуемое).

У. (указывая на цифру 2, и въ то же время еще разъ отдѣльно написавъ ее гдѣ - либо на большой доскѣ).

Вотъ цифра для означенія двухъ единицъ.

Такимъ образомъ доходитъ до 10.

У. Десять пишется такъ же какъ и 1, съ тою разницею, что съ правой стороны ея ставится особый знакъ: о (нуль).

Напишите десять!

Пройдя сперва по порядку весь рядъ отъ лѣвой руки къ правой, учитель повторяетъ съ дѣтьми эти же самыя цифры, переходя обратно отъ самаго бо́льшаго числа (10) къ самому мѐньшему (1); наконецъ даетъ отдѣльные вопросы.

Дѣти будутъ говорить:

Эта цифра (1) означаетъ единицу;

Эта цифра (2) означаетъ два раза одинъ или два;

Эта цифра (3) означаетъ три раза одинъ или три;

и т. д.

Примѣненія. Какою цифрою должно изобразить двѣ вещи? — Какою цифрою семь вещей? — Какъ изображаются три единицы? — Девять, десять единицъ? — Означьте на своихъ доскахъ столько черточекъ, сколько показываетъ эта цифра (наприм. 8.)! — Вотъ эта, — та! и. т. д. Какою цифрою должно означить число оконъ этой комнаты? — А число стеколъ въ каждомъ окнѣ? — Означьте число столовъ, дверей, чернилицъ, пуговицъ на курткѣ, мальчиковъ, которые сидятъ на одной скамьѣ, пальцевъ на обѣихъ рукахъ, ушей и проч. — Гдѣ стоитъ цифра 3, 4, 7, 10? — Напишите цифру 9 и подлѣ нея число черточекъ, которое ей соотвѣтствуетъ! — Означьте и потомъ выговорите цифру, которая занимаетъ по порядку третье, пятое, седьмое и проч. мѣсто? — Какая цифра стоитъ между пятью и семью? — Между восемью и десятью? —

Не забывайте, что циферное письмо довольно трудно для дѣтей, которыя еще слабы въ грамотѣ. Если они едва пишутъ буквы, то было бы несправедливо требовать съ нихъ, чтобы послѣ двухъ, трехъ уроковъ они могли писать цифры четко и красиво.

Не должно прямо хулить письма того или другаго ученика, если оно даже и въ самомъ дѣлѣ безобразно: лучше чаще хвалите тѣхъ, которые болѣе успѣваютъ: это послужитъ ободреніемъ для слабыхъ.

Здѣсь можно преподать слѣдующія правила:

1) Ученики должны писать цифры сколько возможно крупнѣе, хотя обыкновенно маленькія дѣти, отъ робости или чего другаго, пишутъ слишкомъ мелко.

2) Для соблюденія постепенности, цифры, въ отношеніи легкости письма, могутъ быть раздѣлены на три разряда. Къ первому при-

надлежатъ: 1, 4, 7; ко второму: 0, 6, 8, 9; наконецъ, къ третьему: 2, 3, 5.

3) Не прежде должно переходить отъ одной цифры къ другой, пока пройденныя цифры будутъ соотвѣтствовать своимъ оригиналамъ.

№ 8. ОСЬМОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Замѣщеніе цифрами точекъ и чертъ въ предыдущихъ упражненіяхъ.

Обратясь къ таблицѣ № 1, учитель заставляетъ дѣтей производить по ней исчисленіе вмѣсто чертъ цифрами. Но прежде онъ долженъ ознакомить ихъ съ употребленіемъ ариѳметическихъ знаковъ.

У. Напишите цифру 2!

(Дѣти исполняютъ требованіе)

У. Если къ двумъ прибавить еще два, то сколько получится?

Д. То получится четыре.

У. Чтобы показать на доскѣ, что къ числу два прибавляется еще два, должно написать такъ:

2 и еще 2.

Но чтобы не писать каждый разъ словъ: »и еще«, для этого выдуманъ знакъ: + (показывая его), который есть не что иное, какъ крестикъ, и котораго имя *плюсъ.* Поэтому двѣ единицы и еще двѣ единицы все тоже, что

2 + 2

Но 2 и 2 *все равно, что* (на подчеркнутыхъ словахъ усиливаетъ удареніе) сколько единицъ?

Д. Четыре.

Это бы слѣдовало написать такъ:

2 + 2 все равно, что 4

Чтобы не писать словъ: »все равно что«, придумали знакъ: =, котораго имя *равно.*

Что означаетъ знакъ: +? Какія слова замѣняются знакомъ =?

И такъ, чтобы вкратцѣ означить на доскѣ, что *двѣ единицы и еще двѣ все равно, что* четыре единицы, пишутъ:

$$2 + 2 = 4.$$

Сколько получится единицъ, если къ 6 прибавить 3?

Д. Получится 9.

У. Поэтому 6 единицъ и 3 единицы все равно, что девять единицъ. — Какъ означить на доскѣ, что 6 единицъ сложены съ 3 единицами?

Д. Надобно написать сперва цифру 6, потóмъ за нею поставить крестикъ (плюсъ), а за крестикомъ цифру 3. Вотъ какъ:

$$6 + 3.$$

У. Хорошо! Но какъ означить, что 6 и 3 *все равно, что* 9?

Д. Вотъ какъ: $6 + 3 = 9$

Что означаютъ эти двѣ поперечныя черточки, которыя вы поставили между 6 и 3?

Д. Онѣ означаютъ слова: »все равно что«.

У. Прекрасно! и впередъ такъ пишите. Эти знаки выдуманы для того, чтобы можно было писать сокращенно и своимъ письмомъ занимать мало мѣста. — Этотъ знакъ (+) употребляется только тогда, когда числа складываются, и потому онъ

также называется *знакомъ сложенія.* Но какъ для сложенія есть знакъ, такъ есть знакъ и для отнятія одного числа отъ другаго, или для вычитанія.

Сколько составляетъ 5 безъ 3?

Д. Пять безъ трехъ составляетъ два.

У. Чтобы означить цифрами: »пять безъ трехъ« надобно бы было написать такъ:

5 безъ 3

Не желая употреблять часто слова: »безъ«, выдумали знакъ: — (минусъ). Эту маленькую черту надобно ставить всегда въ тѣхъ случаяхъ, когда изъ одного числа требуется отнять или вычесть другое; поэтому

$$5 - 3 = 2.$$

Какъ *плюсъ* есть *знакъ сложенія,* такъ и *минусъ* есть *знакъ вычитанія.*

У. Я вамъ покажу еще одинъ сокращенный знакъ. Чтобы не писать всякій разъ *дважды два, трижды два, трижды три,* или 2 раза 2, 3 раза 2, 3 раза 3, пишутъ такъ:

$$2 \times 2,\quad 3 \times 2,\quad 3 \times 3.$$

Знакъ: × есть тоже крестикъ, но, какъ вы видите, имѣетъ другой видъ, похожій на Русскую букву Х. Этотъ знакъ замѣняетъ собою слово »разъ«. Вмѣсто его можно ставить и точку (.), такъ:

$$2.\,2\quad 3.\,2\quad 3.\,3.$$

Теперь обратимся опять къ нашей таблицѣ, и то, что мы прежде дѣлали изустно, станемъ писать цифрами.

Подъ руководствомъ учителя дѣти пишутъ слѣдующіе ряды:

(№ 3)	1+1= 2	2+1= 3	3+1= 4	Наконецъ	9+1=10
	1+2= 3	2+2= 4	3+2= 5		8+2=10
	1+3= 4	2+3= 5	3+3= 6		7+3=10
	1+4= 5	2+4= 6	3+4= 7		6+4=10
	1+5= 6	2+5= 7	3+5= 8		5+5=10.
	1+6= 7	2+6= 8	3+6= 9		
	1+7= 8	2+7= 9	3+7=10		
	1+8= 9	2+8=10	и т. д		
	1+9=10				

Всѣ эти ряды прочитываются учениками вслухъ.

(№ 4)	1— 1=0	2—1=1	3—1=2	Наконецъ	10— 1=9
	2— 2=0	3—2=1	4—2=2		10— 2=8
	3— 3=0	4—3=1	5—3=2		10— 3=7
	4— 4=0	5—4=1	6—4=2		10— 4=6
	5— 5=0	6—5=1	7—5=2		10— 5=5
	6— 6=0	7—6=1	8—6=2		10— 6=4
	7— 7=0	8—7=1	9—7=2		10— 7=3
	8— 8=0	9—8=1	10—8=2		10— 8=2
	9— 9=0	10—9=1	и. т. д.		10— 9=1
	10—10=0				10—10=0.

(№ 5) $1 = 1$

$2 = 1 + 1$

$3 = 1 + 1 + 1 = 2 + 1 = 1 + 2$

$4 = 1 + 1 + 1 + 1 = 3 + 1 = 1 + 3 = 2 + 2.$
$= 2 \times 2,$

$5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 4 + 1 = 1 + 4 = 3 + 2$
$= 2 + 3 = 2 + 2 + 1 = 2 \times 2 + 1,$

$6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 1 + 5 = 1 + 1 + 4$
$= 1 + 1 + 1 + 3 = 1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 2 + 4$
$= 1 + 2 + 3 = 2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 2 \times 3$
$= 2 \times 2 + 2$ и проч.

По прохожденіи всѣхъ этихъ рядовъ, учитель снова прибѣгаетъ къ задачамъ, стараясь, во-первыхъ,

сколько возможно разнообразить ихъ содержаніе, во-вторыхъ, соединять въ нихъ то, что прежде разсматривали отдѣльно.

Примѣры.

a) *Для разложенія.*
1) Изъ какихъ чиселъ можно составить число *девять?*
2) Какія составныя части числа *семи?*
3) Какія числа могутъ составить *семь?*
4) Какимъ различнымъ образомъ можетъ составиться число *семь?*

b) *Для сложенія.*
1) Что получу, если къ *одному* прибавлю 2?
2) Что произойдетъ, когда къ 8 прибавить 2?
3) Сколько дастъ число *два,* сложенное съ *восемью?*
4) Какое составится число, если 6 увеличить 3?
5) Если соединить 7 съ 2, то какое выйдетъ число?

c) *Для вычитанія.*
1) Сколько останется, когда отъ *десяти* отниму *одинъ?*
2) Сколько дастъ *восемь* безъ *трехъ?*
3) Какое число *тремя* менѣе *семи?*
4) Отнимите отъ *девяти шесть!*
5) Чѣмъ *восемь* болѣе четырехъ?

6) Вычтя 4 отъ 9, какой получимъ остатокъ?

7) Число, изъ котораго должно вычесть, есть 10, остатокъ, происшедшій отъ вычитанія, есть 7; какое же число вычитали?

Само собою разумѣется, что при каждой особой задачѣ не есть необходимость употреблять всѣ эти различныя формы изложенія, что только слишкомъ растянуло бы ходъ дѣла. Учитель, задавая вопросъ, употребляетъ тотъ или другой способъ изложенія, и если дѣти всякій разъ отвѣчаютъ удовлетворительно, то это явный знакъ, что они хорошо проникли въ сущность исчисленія, — что и составляетъ главную цѣль этихъ упражненій.

Сложные примѣры.

Здѣсь соединяются различныя, до того въ отдѣльности разсматриваемыя, ариѳметическія дѣйствія.

a) *Сложеніе съ вычитаніемъ.*

1) Сколько будетъ, если *два* + *четыре* уменьшимъ *двумя*, *тремя*, *четырьмя*, *пятью*, *шестью* единицами?

Отвѣтъ. *Два* + *четыре безъ трехъ* составляютъ *три*; потому что *два и четыре* составляютъ *шесть*; *шесть* безъ *трехъ* — *три*. Письменно: $(2 + 4) - 3 = 3$.

2) Сколько останется, если отъ *десяти* отнять *пять* и *три*?

Отвѣтъ. *Два*; потому что *пять* и *три*, *восемь; десять* безъ *пяти* — *пять*, *пять* безъ *трехъ* — *два*. Письменно: $10 - (5 + 3) = 2$.

3) Много ли получится, если сперва отъ *десяти* отнять *четыре*, а потомъ къ остатку приложить *два*?

Отвѣтъ. Получится *восемь*. *Десять* безъ *четырехъ* — *шесть*, *шесть* и *два* — *восемь*. Цифрами: $(10 - 4) + 2 = 6 + 2 = 8$.

b) *Разложеніе съ сложеніемъ.*

Разложите число *десять* на три неравныя части, и потомъ къ самой большей придайте меньшую!

Отвѣтъ. Десять состоитъ изъ пяти, трехъ и двухъ; большее число десяти есть *пять*, меньшее — *два*; *пять* и *два*, семь. Въ цифр. $10 = 5 + 3 + 2, 5 + 2 = 7$.

c) *Разложеніе съ вычитаніемъ.*

Разложивъ число *десять* на двѣ неравныя части, вычтите изъ большей части меньшую!

Отвѣтъ. $9 = 7 + 2$; *семь* безъ *двухъ* составляетъ *пять*. Или $9 = (7 + 2); 7 - 2 = 5$.

Раздѣлите *десять* бобовъ между *четырьмя* мальчиками такъ, чтобы второй получилъ болѣе перваго, третій болѣе втораго, а четвертый болѣе третьяго!

У двухъ мальчиковъ *девять* перьевъ, у одного изъ нихъ *пять*. Узнать, сколько у втораго, и сколькими перьями у перваго болѣе нежели у втораго!

Въ одномъ изъ моихъ кармановъ *четыре* орѣха, а въ другомъ *двумя* болѣе. Сколько у меня орѣховъ въ обоихъ карманахъ?

Если при рѣшеніи нѣкоторыхъ задачъ дѣти будутъ затрудняться, то долгъ учителя раздроблять такія задачи, дѣлая притомъ частные вопросы, которые поясняютъ дѣло. Вообще подобныя задачи доставляютъ дѣтямъ много удовольствія; онѣ сильно возбуждаютъ остроуміе. Учители народныхъ школъ въ Германіи снабжены для этой цѣли достаточнымъ числомъ книжекъ, гдѣ именно содержатся разнородныя собранія изустныхъ задачъ; у насъ же, къ сожалѣнію, по этому предмету еще ничего не сдѣлано. Вотъ почему, желая сколько нибудь замѣнить этотъ недостатокъ, на каждое правило мы приводимъ такое большое число примѣровъ.

№ 9. ДЕВЯТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Повтореніе всего пройденнаго.

Въ заключеніе этой Первой Степени, учитель можетъ быстро пройти съ дѣтьми все имъ сообщенное. Лучшее средство къ тому, если онъ снова займется каждымъ натуральнымъ числомъ, наблюдая притомъ, во-первыхъ, извѣстный порядокъ, въ которомъ числа слѣдуютъ, во-вторыхъ, отдѣльное разсматриваніе чиселъ, и, въ-третьихъ, отношенія, въ какихъ числа находятся одно къ другому.

Слѣдующіе вопросы изъясняютъ ходъ, котораго должно держаться при повтореніи.

Одинъ.

1. Проведите на своихъ аспидныхъ доскахъ одну черту!
2. Сколько разъ при этомъ вы прилагали грифель къ доскѣ, и сколько разъ отнимали

3. Какихъ частей тѣла у каждаго изъ васъ находится только по одной?
4. Какихъ вещей въ этой комнатѣ только по одной?
5. Какія вещи можно считать?
6. Какія образуются числа отъ увеличенія единицы?
7. На что единица можетъ быть уменьшена?
8. Въ какихъ числахъ единица заключается: а) два раза, б) семь разъ и проч?
9. Какія числа получатся, если каждое изъ натуральныхъ чиселъ, начиная съ десяти, уменьшится на единицу?
10. Единица есть членъ какихъ чиселъ?

Два.

1. Проведите на доскѣ двѣ черты!
2. Сколько разъ при этомъ вы прилагали грифель къ доскѣ, и сколько разъ отнимали?
3. Какіе члены вашего тѣла повторяются въ васъ два раза?
4. Какихъ одинакихъ вещей въ этой комнатѣ находится по двѣ?
5. Какъ образуется два?
6. Изъ чего состоитъ два?
7. Сколько разъ надобно повторить единицу, чтобы получить два?
8. Какія получатся числа отъ увеличенія двухъ: а) единицею, b) двумя, c) тремя и проч?
9. Уменьшите каждое изъ десяти чиселъ двумя единицами!

10. Что останется, когда возьмете отъ двухъ: a) единицу, b) два.
11. Два составляетъ часть отъ какихъ чиселъ? Равную или неравную? половину, треть, четверть?
12. Въ какомъ числѣ два содержится: a) одинъ разъ, b) два раза, c) три раза и проч?
13. Въ какомъ числѣ два содержится четыре раза и еще одинъ разъ?

Три.

Кромѣ предыдущихъ вопросовъ, которые равно могутъ быть примѣнены къ числу три, вотъ еще:

1. Какъ составляется три изъ двухъ?
   От. Прибавленіемъ къ двумъ единицы.
2. Какъ получается число три изъ четырехъ, пяти и проч.?
   Отв. Отнятіемъ единицы, двухъ и проч.
3. На какія меньшія числа разлагается число три?
4. Что получится, когда всѣ числа, отъ единицы до семи, будутъ увеличены тремя?
5. Отъ какого числа я отнялъ три, если получилъ въ остаткѣ шесть?
6. Къ какому числу я прибавилъ три, если получилъ пять?
7. Въ какомъ числѣ три находится два раза?
8. А въ какомъ три раза?
9. Въ какомъ числѣ три содержится два раза и еще одинъ разъ?

От҃ какого числа три составляет҃ половину, треть?

Таким҃ образом҃ учитель поступает҃ и со всѣми прочими числами до десяти.

Цѣль этой Первой Степени исчисленія — раскрытіе первых҃ и важнѣйших҃ законов҃ чисел҃ и положеніе прочнаго основанія всему послѣдующему ученію — будет҃ достигнута, если ученики во всѣх҃ показанных҃ девяти упражненіях҃ каждый раз҃ будут҃ отвѣчать скоро, точно и правильно. Опыты многих҃ лѣт҃ доказали, что изложенный нами способ҃ есть лучшій, чтобы ученики вѣрнѣе усвоили себѣ первыя начала Ариѳметики, и чтобы преподаваніе своим҃ разнообразіем҃ сколько возможно болѣе их҃ занимало. Мы отнюдь не желаем҃, чтобы учитель буквально придерживался нашей книги; это даже послужило б҃ ему во вред҃. Пусть он҃ измѣнит҃ то или другое, если обстоятельства не позволят҃ ему поступать так҃, как҃ здѣсь показано, но лишь бы он҃ всегда дѣйствовал҃ в҃ том҃ духѣ развитія, который найдет҃ в҃ этих҃ упражненіях҃.

ВТОРАЯ СТЕПЕНЬ.

ДѢЙСТВІЯ НАДЪ ЧИСЛАМИ ОТЪ ОДНОГО ДО СТА.

Въ Первой Степени мы старались, по возможности, показать всѣ измѣненія чиселъ; но предѣлы для этого были слишкомъ тѣсны. Здѣсь, во Второй Степени, всѣ предыдущія дѣйствія можно вывести съ бо́льшею отчетливостію и подробностію.

Ученики прежде всего должны научиться считать отъ 1 до 100 не только въ томъ случаѣ, когда эти числа будутъ расположены въ извѣстномъ последовательномъ порядкѣ; но научиться считать и вразбивку съ точностію и увѣренностію. Они должны знать также, какъ разлагать эти числа на единицы и десятки, и наконецъ на какія угодно 2, 3, 4 и болѣе равныхъ и неравныхъ частей. Далѣе, вникнуть во всѣ тѣ измѣненія, какимъ эти числа подвержены; поэтому знать, какимъ образомъ вообще можно ихъ увеличивать или уменьшать. Какъ увеличеніе такъ и уменьшеніе бываетъ двоякаго рода. Число увеличится, если къ нему прибавить другое, и также увеличится, если взять его два или болѣе разъ. То же можно сказать и объ уменьшеніи чиселъ. Отсюда

происходятъ четыре различныя дѣйствія, которыя суть: *сложеніе, вычитаніе, умноженіе* и *дѣленіе*. Эти дѣйствія сперва должны быть разсмотрѣны по одиначкѣ, а потомъ во взаимномъ соединеніи. Большій просторъ въ этой Степени даетъ возможность разсмотрѣть также съ большимъ вниманіемъ и дроби; а въ приложеніяхъ можно уже познакомить учениковъ съ различными мѣрами длины, вѣса, времени и проч.

№ 10. ПЕРВОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Изустное и вмѣстѣ наглядное счисленіе чиселъ отъ **1** *до* **100**.

Всѣ счисленія производятся по той же таблицѣ № 1. Впрочемъ въ многолюдныхъ классахъ можно также съ пользою употреблять доску, къ лицевой сторонѣ которой придѣланы горизонтальныя и между собою параллельныя планочки. На эти планочки ставятъ четыреугольныя дощечки, выкрашенныя бѣлою краскою, если доска чернаго цвѣта, и по нимъ-то производятъ исчисленія. (Смот. изображеніе такой доски въ концѣ книги).

а. *Наглядное познаніе о десяткахъ.*

Учит. (означая *указкою* двѣ первыя клѣтки послѣдняго ряда, спрашиваетъ:)

Сколько черточекъ въ первой клѣткѣ послѣдняго горизонтальнаго ряда?

Д. Десять черточекъ.

У. Десять все равно, что *десять разъ одинъ*, или *одинъ разъ десять*, или *одинъ десятокъ*.

Сколько черточекъ во второй клѣткѣ того же ряда?

Д. Тоже *десять*, или *десять разъ одинъ*, или *одинъ разъ десять*, или *одинъ десятокъ*.

У. Поэтому въ двухъ клѣткахъ будетъ *одинъ разъ десять* и еще *одинъ разъ десять*, т. е. *два раза десять*. *Два раза десять* для краткости выговаривается *двадцать*.

Сколько десятковъ въ двадцати?

Д. Два десятка.

У. Сколько единицъ въ двухъ десяткахъ?

Д Десять и еще десять или *двадцать*.

У. Напишите на своихъ доскахъ черточками *одинъ десятокъ!*-

Напишите еще *одинъ десятокъ!*... Сколько десятковъ у васъ написано?

Д. Два десятка.

У. Какъ это выговорить однимъ словомъ?

Д. Двадцать.

У. (показывая на третью клѣтку того же ряда) Вотъ еще одинъ десятокъ. Сколько десятковъ во всѣхъ трехъ клѣткахъ?

Д. Во всѣхъ трехъ клѣткахъ *три раза одинъ десятокъ* или *три десятка*.

У. Три десятка выговариваются *тридцать*. — Сколько десятковъ въ тридцати?

Д. Три десятка.

У. Сколькими десятками *тридцать* болѣе *двадцати*?

Д. Однимъ десяткомъ.

Такимъ образомъ продолжаетъ считать далѣе:

Четыре десятка или *сорокъ*,
пять десятковъ или *пятьдесятъ*,
шесть десятковъ или *шестьдесятъ*,
семь десятковъ или *семьдесятъ*,
восемь десятковъ или *восемьдесятъ*,
девять десятковъ или *девяносто*,
десять десятковъ или *сто*.

Тотъ или другой изъ учениковъ, съ помощію указки повторяетъ за учителемъ по таблицѣ: это *одинъ десятокъ*, это *два десятка* и т. д., или, это *двадцать*, это *тридцать*, *сорокъ* и т. д.

Учитель долженъ пріучить дѣтей, чтобы они сильнѣе возвышали голосъ надъ словомъ десятокъ.

У. Покажите четыре десятка или сорокъ единицъ!

Д. (указывая на всѣ четыре клѣтки послѣдняго горизонтальнаго ряда) Вотъ четыре десятка или сорокъ черточекъ.

У. Гдѣ семьдесять?—Гдѣ сто? — Сколькими десятками *сто* болѣе *девяносто*, *восьмидесяти*, *семидесяти* и проч.

Прибавленіе и отнятіе по одному десятку все тоже, что прибавленіе и отнятіе по единицѣ.

b. *Наглядное познаніе промежуточныхъ чиселъ между 1 и 100.*

1. *Счисленіе чиселъ отъ 1 до 20.*

У. (показывая на 1-ю клѣтку послѣдняго горизонтальнаго ряда).

Сколько тутъ черточекъ?

Д. Тутъ десять черточекъ.

У. (показывая на 1-ю клѣтку перваго горизонтальнаго ряда).

А здѣсь сколько?

Д. Здѣсь одна черточка.

У. (показывая на обѣ клѣтки вдругъ).

Сколько всего черточекъ въ обѣихъ этихъ клѣткахъ?

Д. Въ обѣихъ этихъ клѣткахъ *десять* черточекъ и еще *одна* черточка.

У. Это все равно, что *одинъ десятокъ* и еще *одна.* *Одинъ десятокъ* и *одна* единица составляютъ число, которое называется *одиннадцать.* — Сколько составляютъ *одинъ разъ одинъ* и *десять разъ одинъ?*

Д. Тоже одиннадцать.

Примѣненія. Напишите одиннадцать черточекъ! — Сосчитайте всѣ числа отъ *одного* до 11! — За какимъ числомъ слѣдуетъ число *одиннадцать?* — Насчитавъ *одинъ десятокъ,* если прибавите еще *одну,* то что получите? — Когда вмѣсто одиннадцати получите опять *одинъ десятокъ?* — Произнесите первыя одиннадцать буквъ азбуки, начиная съ буквы *а!*

У. (показывая на вторую и послѣднюю клѣтки перваго вертикальнаго ряда таблицы).

Сколько тутъ всего черточекъ?

Д. *Два раза одна* черточка и *десять разъ одна* черточка.

У. *Два раза одна* черточка и *десять разъ одна* черточка составляютъ *двѣнадцать* черточекъ.

Примѣненія. Напишите *двѣнадцать* черточекъ! — Сосчитайте *двѣнадцать* одинакихъ предметовъ! — Послѣ какого числа слѣдуетъ число 12? — Какая *двѣнадцатая* буква Русской азбуки? — Число *двѣнадцать* извѣстно также подъ именемъ: *дюжина;* такъ говорятъ: дюжина тарелокъ,

дюжина ножей и проч. Сколько десятковъ и сколько единицъ въ *двѣнадцати?* — Каждый годъ состоитъ изъ *двѣнадцати* мѣсяцевъ, которые суть: Январь, Февраль и проч.

Учитель продолжаетъ подобнымъ образомъ считать по таблицѣ слѣдующія числа: 13, 14, 15 и проч. до 20.

Здѣсь онъ долженъ заставлять дѣтей считать двояко; во-первыхъ, къ одному десятку прибавлять по 1, 2, 3, 4 и т. д. до 10, и во-вторыхъ обратно, къ 1, 2, 3, 4, 5 и проч. прибавлять по одному десятку.

2. *Счисленіе чиселъ отъ 20 до 100.*

И здѣсь, какъ въ первомъ случаѣ, учитель сначала считаетъ по таблицѣ.

У. (показывая на первыя двѣ клѣтки послѣдняго горизонтальнаго ряда).

Сколько тутъ десятковъ?

Д. Тутъ *два десятка.*

У. Сколько всего здѣсь черточекъ?

Д. Здѣсь двадцать черточекъ.

У. (показывая вмѣстѣ на первыя двѣ клѣтки послѣдняго горизонтальнаго ряда и на первую клѣтку перваго горизонтальнаго ряда) Много ли тутъ всего черточекъ?

Д. Двадцать и одна.

У. Или кратче: *двадцать одна.*

Букву *и,* которую въ началѣ счисленія часто употребляютъ дѣти, не должно выпускать при произношеніи. Только мало по малу надобно пріучать дѣтей, чтобы они не употребляли ея въ сложныхъ числахъ, какъ совершенно лишнюю.

Слѣдуя опредѣленному пути, учитель проходитъ съ дѣтьми по таблицѣ числа:

a) 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29.
b) 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39.
c) 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49.
d) 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59.
e) 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69.
f) 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79.
g) 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89.
h) 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99.
i) 100.

Излишне, кажется, напоминать учителю, что онъ не вдругъ долженъ пройти всѣ эти числа, но, напротивъ, при каждомъ новомъ десяткѣ непремѣнно останавливаться и дѣлать различныя приложенія; разсматривать соединенія чиселъ съ разныхъ точекъ зрѣнія, и, по самой крайней возможности, перемѣнять пріемы, не придерживаясь отнюдь какого-либо одного порядка, чтобы не впасть въ опасный механизмъ.

Примѣненія. Сосчитайте пятнадцать страницъ вотъ въ этой книгѣ! — Считайте отъ 1 до 37! — Начните считать съ числа 14 и кончите числомъ 78! — Сколько десятковъ и единицъ въ 95? — Возьмите каждый по кучкѣ бобовъ, и скажите, сколько будетъ бобовъ у каждаго изъ васъ! — Выговорите всѣ промежуточныя числа между 19 и 36! — Напишите точками, каждый на своей доскѣ, число 67, размѣстивъ эти точки по десяткамъ! и проч. и проч.

№ 11. ВТОРОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Изображеніе чиселъ отъ **1** *до* **100** *цифрами.*

При циферномъ счисленіи главное дѣло состоитъ въ томъ, чтобы ученики различали достоинство

каждой цифры по мѣсту, которое она занимаетъ отъ правой руки къ лѣвой въ какомъ либо ряду цифръ. Такъ напримѣръ, ученики здѣсь должны хорошо понимать, что изъ двухъ, одна подлѣ другой написанныхъ цифръ, та, которая стоитъ по лѣвой сторонѣ, изображаетъ десятки. Зная, какимъ образомъ пишется число десять, они безъ труда могутъ научиться писать и 20, 40 и проч. Эти, такъ называемыя, *круглыя* числа (т. е. состоящія изъ однихъ десятковъ, или сотень, или тысячъ и т. д.), несравненно легче изображать, нежели сложныя, которыя состоятъ изъ десятковъ и единицъ, и т. д.

У. Напишите число десять!

Д. (Пишутъ) Вотъ: 10.

У. Сколько разъ десять составляетъ двадцать?

Д. Два раза десять.

У. Чтобы написать двадцать, надобно написать цифру 2 и за нею 0.

и т. д.

У. Изъ чего состоитъ одиннадцать?

Д. Изъ десятка и единицы.

У. Чтобы написать одиннадцать, надобно цифру 0 замѣнить цифрою 1, вотъ такъ: 11.

Чтобы написать двѣнадцать, нужно цифру 0 замѣнить цифрою 2.

и т. д.

У. Число двадцать состоитъ изъ двухъ десятковъ, значитъ, что въ этомъ числѣ кромѣ десятковъ нѣтъ ни одной единицы. Вотъ почему на первомъ мѣстѣ съ правой руки стоитъ цифра 0, которая замѣняетъ собою мѣсто единицъ, потому что безъ

этого нуля не было бы двадцать единицъ, а только двѣ единицы.

Такъ проходитъ учитель всѣ числа отъ 1 до 100. (См. въ № 10 ряды: a, b, c, d и проч.)

Теперь необходимо обратить вниманіе дѣтей еще на весьма важное обстоятельство, что *одними и тѣми же цифрами можно изобразить разныя числа.* Возьмемъ, напримѣръ, цифры 7 и 9. Посредствомъ этихъ цифръ мы можемъ изобразить два слѣдующія числа: 79 и 97. Въ первомъ числѣ цифра 7 означаетъ десятки, а цифра 9 единицы, во второмъ же на оборотъ. Этотъ примѣръ показываетъ, что однѣ и тѣже цифры изображаютъ не одинакія числа, и что онѣ получаютъ свое значеніе отъ мѣста, которое занимаютъ въ ряду.

№ 12. ТРЕТІЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Сложеніе чиселъ, которыхъ суммы не превышаютъ числа **20.**

Это упражненіе, которое есть продолженіе № 3-го, раздѣляемъ на двѣ части: 1) на соединеніе единицъ съ единицами, и 2) на соединеніе единицъ съ числами, превышающими 1 десятокъ. Вообще здѣсь должно обращать вниманіе болѣе на изустное исчисленіе, хотя также нельзя избѣгнуть вовсе и наглядныхъ средствъ, каковы: черточки, точки, бобы и проч.

I. *Соединеніе единицъ съ единицами.*

Въ Первой Степени мы видѣли, сколько состав-

ляютъ 9 и 1, 8 и 2, 7 и 3 и проч. Теперь можемъ продолжать это дѣйствіе, и считать: 10 и 1, 10 и 2, 10 и 3 и т. д. Чрезъ это исчисленіе получатся слѣдующіе ряды:

1 + 1, 1 + 2, 1 + 3, 1 + 4, 1 + 5, 1 + 6, 1 + 7, 1 + 8, 1 + 9,
2 + 1, 2 + 2, 2 + 3, 2 + 4, 2 + 5, 2 + 6, 2 + 7, 2 + 8, 2 + 9,
3 + 1, 3 + 2, 3 + 3, 3 + 4, 3 + 5, 3 + 6, 3 + 7, 3 + 8, 3 + 9,
4 + 1, 4 + 2, 4 + 3, 4 + 4, 4 + 5, 4 + 6, 4 + 7, 4 + 8, 4 + 9,
и т. д.
до 10 + 1, + 2, + 3, + 4, + 5, + 6, + 7, + 8, + 9.

Эти ряды можно читать и вертикально и горизонтально. Суммы, опущенныя здѣсь за недостаткомъ мѣста, должны быть прибавлены.

Учитель проходитъ эти ряды по таблицѣ, а чтобы упражненіе не было дѣломъ одной наглядности, безпрестанно занимаетъ дѣтей задачами, сколько возможно разнообразными.

При задачахъ можно держаться слѣдующаго порядка:

1) Соединять бо̀льшее число съ мѐньшимъ; напр. 9 + 3.
2) Соединять мѐньшее число съ бо̀льшимъ; напр. 5 + 8.
3) Соединять одинакія числа; напр. 7 + 7.
4) Соединять болѣе нежели два числа вмѣстѣ; напр. 3 + 3 + 1 + 7.

При соединеніи чиселъ, которыхъ сумма превышаетъ число десять, надобно имѣть въ виду такое правило:

Одно изъ данныхъ чиселъ должно разложить на двѣ такія части, изъ которыхъ одна, будучи приложена къ другому числу, составляла бы съ нимъ вмѣ-

стъ круглое число 10; потомъ къ десяти прибавить остальную часть разложеннаго числа.

У. (пишетъ на доскѣ 8 черточекъ и еще 4 черточки).

IIIIIIII. IIII

Сколько надобно еще прибавить черточекъ къ восьми черточкамъ, чтобы вышло 10?

Д. Къ 8 черточкамъ надобно еще прибавить 2 черточки, чтобы вышло 10.

У. И такъ, отъ 4 черточекъ беремъ двѣ и прибавляемъ къ восьми. Сколько теперь останется черточекъ у 4?

Д. Только двѣ.

У. Сколько же 10 и 2?

Д. Двѣнадцать.

У. Поэтому 8 и 4 тоже 12.

У. Сколько будетъ 9 и 5?

Д. 14.

У. Почему?

Д. Отъ 9 до 10 не достаетъ *единицы;* разложивъ число 5 на двѣ части такъ, чтобы въ одной было 1, а въ другой 4, къ 9 прилагаю 1 и получаю 10. Потомъ остальныя 4 прилагаю къ 10, и получаю 14.

У. Сколько получится, если 5 сложить съ 9?

Д. Тоже 14; потому что къ 5 надобно прибавить еще 5, чтобы получить 10; а 9 разлагается на 5 и 4. Итакъ, 5 и 5 суть 10, 10 и 4 суть 14.

При этомъ примѣрѣ надобно указать ученикамъ, что одинакія числа, какое бы изъ нихъ ни стояло прежде, даютъ одинакія суммы.

Извѣстно, что умноженіе есть сокращенное сложеніе одинакихъ чиселъ. Поэтому при сложеніи одинакихъ чиселъ должно уже приготовлять дѣтей къ умноженію. — Такъ, заставляя дѣтей складывать числа: 2 и 2, 3 и 3, 4 и 4, и проч., учитель долженъ прибавлять слѣдующія выраженія: 2 и 2 или *дважды два* составляютъ 4; 5 и 5 или *дважды* 5 составляютъ 10 и т. д., — что уже нѣсколько дѣлали въ Первой Степени. При сложеніи болѣе нежели двухъ чиселъ, надобно указать дѣтямъ, чтобы они сперва къ первому прилагали второе, а потомъ ко второму третіе. Впрочемъ дѣти и сами найдутся, какъ поступать въ этомъ случаѣ, и тогда лучше, если учитель ничего не будетъ подсказывать.

II. *Соединеніе единицъ съ числами, превышающими 1 десятокъ.*

Слѣдующіе ряды послужатъ примѣромъ и для всѣхъ прочихъ рядовъ такого рода. Эти ряды учитель можетъ проходить изустно или письменно, употребляя для того цифры, которыя теперь уже извѣстны ученикамъ.

10+1, 10+2, 10+3, 10+4, 10+5, 10+6, 10+7, 10+8, 10+9, 10+10.
11+1, 11+2, 11+3, 11+4, 11+5, 11+6, 11+7, 11+8, 11+9,
12+1, 12+2, 12+3, 12+4, 12+5, 12+6, 12+7, 12+8,
13+1, 13+2, 13+3, 13+4, 13+5, 13+6, 13+7,
14+1, 14+2, 14+3, 14+4, 14+5, 14+6,
15+1, 15+2, 15+3, 15+4, 15+5,
16+1, 16+2, 16+3, 16+4,
17+1, 17+2, 17+3,
18+1, 18+2,
19+1.

Примѣненія. Нѣкто купилъ для своего сада два дерева: дубовое, за которое заплатилъ 7 гривенъ, и вишневое, стоящее 9 гривенъ. Сколько онъ заплатилъ за оба дерева? — Петя, Костя и Ваня подали вмѣстѣ нищему нѣсколько денегъ. Первый подалъ 6 пятаковъ, второй 3 пятака, а третій пятью пятаками болѣе втораго. Сколько они вмѣстѣ подали ему? — У меня восемь рублей; но чтобы купить книгу, въ которой я теперь нуждаюсь, мнѣ надобно къ моимъ деньгамъ прибавить еще столько же. Что стоитъ книга? — Саша имѣетъ 7 листовъ бумаги. Если бъ онъ имѣлъ 9 листами болѣе, то имѣлъ бы именно такую тетрадь, въ которой нуждается. Сколько листовъ должно быть въ его тетради? — Найти сумму двухъ чиселъ, 9 и 6! — Алексѣю теперь 9 лѣтъ. Если онъ проживетъ еще столько же, то ему будетъ столько лѣтъ, сколько теперь брату его Матвѣю. Какихъ лѣтъ Матвѣй? — За ту же самую вещь, за которую Иванъ заплатилъ 8 рублей, я далъ 5 рублями дороже. Сколько я далъ рублей? — У меня въ правой рукѣ 5 косточекъ, а въ лѣвой столько, сколько въ правой и сверхъ того 3 косточки. Много ли у меня въ обѣихъ рукахъ косточекъ? — Одно слагаемое число есть 7, другое 9, сколько будетъ единицъ въ суммѣ? — За нѣкоторымъ дѣломъ я проработалъ цѣлую недѣлю, и еще другую цѣлую недѣлю безъ одного дня. Сколько всего дней я проработалъ? — Ванѣ было семь лѣтъ, когда родился братъ его Петруша. Сколько будетъ лѣтъ Ванѣ, когда Петрушѣ исполнится 9 лѣтъ? —

Замѣтимъ, что практическія задачи не должно употреблять только при концѣ упражненія, какъ это здѣсь показано, но вмѣстѣ съ численными рядами. При рѣшеніи же задачъ не надобно строго требовать, какъ это дѣлалось при началѣ, чтобы ученики повторяли каждый разъ заданіе. Теперь гораздо важнѣе обратить вниманіе дѣтей на скорѣйшее отысканіе самаго вывода.

№ 13. ЧЕТВЕРТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Вычитаніе или отнятіе по **2**, **3**, **4** *и болѣе единицъ отъ чиселъ, которыя не превышаютъ числа* **20**.

Сложеніе и вычитаніе суть два одно другому противоположныя дѣйствія. Посредствомъ перваго числа *увеличиваются*, а посредствомъ втораго *уменьшаются*. Но не смотря на эту противоположность, между ними находится тѣсное соединеніе. Уменьшить одно число другимъ значитъ тоже, что опредѣлить сколько къ вычитаемому числу надобно прибавить единицъ, чтобы вышло уменьшаемое; отнять, напримѣръ, отъ 7 число 5, все тоже, что узнать, сколько единицъ надобно прибавить къ 5, чтобы получить 7. Эту взаимнообразность дѣйствій не должно выпускать изъ виду.

Вычитая каждое натуральное число изъ другаго, которое заключается между 10 и 20-ю, получимъ слѣдующіе ряды:

10—1, 10—2, 10—3, 10—4, 10—5, 10—6, 10—7, 10—8, 10—9, 10—10
11—1, 11—2, 11—3, 11—4, 11—5, 11—6, 11—7, 11—8, 11—9, 11—10
12—1, 12—2, 12—3, 12—4, 12—5, 12—6, 12—7, 12—8, 12—9, 12—10

и т. д.

до 20 — 1, — 2, — 3, — 4, — 5, — 6, — 7, — 8, — 9, — 10.

Преподающій достигаетъ цѣли этого упражненія или чрезъ приведенные здѣсь ряды, или посредствомъ различныхъ и постепенно изложенныхъ задачъ. Взявъ какое-нибудь число между 10 и 20, заставляетъ учениковъ вычитать изъ него каждое натуральное число, употребляя при этомъ случаѣ

какъ и сперва, черточки, точки и проч. Если бы требовалось, напримѣръ, отъ 11 вычесть по порядку всѣ числа отъ 1 до 10, то учитель, написавъ на доскѣ десять рядовъ черточекъ, въ каждомъ по 11, и переходя отъ одного къ другому, всякій разъ зачеркиваетъ столько черточекъ, сколько именно требуется отнять. Онъ приказываетъ дѣтямъ дѣлать тоже на своихъ доскахъ.

Въ слѣдствіе этого ученики будутъ говорить: *одинъ* изъ *одиннадцати* равно *десяти, два* изъ *одиннадцати* равно *девяти,*

и т. д.

Тоже должно дѣлать и на оборотъ:

изъ 11 вычтя 1, остается 10;

— 12 — 1, 2 и проч. остается 11, 10 и проч.

Здѣсь учащіеся не встрѣтятъ ни малѣйшей трудности, потому что они увидятъ, что это только повтореніе упражненія № 4.

Самая большая трудность заключается при вычитаніи такихъ чиселъ, гдѣ число единицъ уменьшаемаго, за исключеніемъ десятка, менѣе числа единицъ вычитаемаго.

Вотъ примѣръ:

Нѣкто имѣлъ 15 грушъ, изъ нихъ отдалъ другому 7. Сколько у него осталось?

Первый способъ рѣшенія. 15 состоитъ изъ 8 и 7, отнявъ 7, получаю въ остаткѣ 8.

Второй способъ рѣшенія. Отъ 15 долженъ я отнять 7; 15 состоитъ изъ 10 и 5, а 7 изъ 5 и 2. Отъ 15 отнявъ 5, получаю 10. Но надобно отнять не 5, а 7; поэтому отъ 10 отнимаю еще 2. Итакъ въ остаткѣ будетъ 8.

Еще примѣръ.

У. Я имѣлъ 16 рублей; 8 рублей употребилъ на книги, а 3 на бумагу. Сколько у меня осталось?

Д. У васъ осталось 5 рублей.

У. Какъ вы это нашли?

Д. Вы сначала имѣли 16 рублей; изъ этихъ денегъ вы издержали на книги 8 рублей; 16 безъ 8 остается 8. Но кромѣ этого вы купили еще на 3 рубля бумаги. Поэтому отъ 8 надобно отнять 3; 8 безъ 3 составляетъ 5.

У. Очень хорошо! Но кто изъ васъ желаетъ разрѣшить еще подобную задачу?

Непремѣнно большая часть дѣтей будетъ съ радостію на это напрашиваться.

У. Одна женщина вчера ходила на рынокъ съ 17 рублями; на 3 рубля она купила кофе, на 8 сахару, а на 6 муки. Сколько назадъ принесла съ собою денегъ?

Д. Ничего.

Учитель да не чуждается труда, проходя эти элементы подробно и основательно. Если онъ будетъ поступать такимъ образомъ, то достаточно однажды пройти здѣсь показанное; но если, напротивъ, станетъ проходить поверхностно, то 10 и болѣе разъ долженъ будетъ обращаться къ предыдущимъ упражненіямъ.

№ 14. ПЯТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Сравненіе чиселъ.

Это упражненіе находится въ связи съ предыдущимъ, и есть собственно часть его.

Изъ двухъ какихъ-либо данныхъ чиселъ, одно можетъ содержать въ себѣ столько же единицъ, сколько содержитъ въ себѣ и другое, и въ такомъ случаѣ *они равны между собою;* такъ: 5 и 5, 7 и 7 и проч. Или, одно число *болѣе* или *менѣе* другаго, и это значитъ, что *они не равны между собою;* напр. 5 и 7, 9 и 3 и проч. Если даны два неравныя числа, то чрезъ вычитаніе меньшаго изъ большаго мы всегда узнаемъ, чѣмъ одно изъ нихъ болѣе другаго, или обратно. То число, которое показываетъ, чѣмъ одно изъ двухъ сравниваемыхъ чиселъ болѣе другаго, называется *разностію.* Поэтому каждая пара неравныхъ чиселъ имѣетъ какую либо разность, и двѣ, три и болѣе паръ имѣютъ одинакія разности, если въ каждой парѣ бо́льшее число на одинакое число единицъ превышаетъ меньшее. Напр. слѣдующія пары: 4 и 2, 9 и 7, 13 и 11 имѣютъ одинакія разности, а именно число 2.

У. (написавъ, напримѣръ, 5 черточекъ и подъ ними 3 черточки)

IIIII

III

Одинакое-ли число черточекъ вверху и внизу?

Д. Нѣтъ! вверху двумя черточками болѣе.

У. Чѣмъ три черточки менѣе пяти черточекъ?

Д. Тоже двумя.

У. Если отъ 5 черточекъ отнять 3, то сколько получится?

Д. Получится 2 черточки.

У. Сколько отъ пяти черточекъ надобно отнять, чтобы вышло три черточки?

Д. Двѣ черточки.

У. Сколько къ тремъ черточкамъ надобно прибавить, чтобы вышло 5 черточекъ?

Д. Двѣ черточки.

У. То число черточекъ, которое показываетъ, чѣмъ 5 черточекъ болѣе 3, называется *разностію*. Какова разность между этими числами черточекъ?

Д. Разность составляетъ двѣ черточки.

У. Что должно сдѣлать съ разностью, чтобы меньшее число вышло равно большему?

Д. Разность должно прибавить къ меньшему числу.

Упражняя дѣтей въ отысканіи разностей другихъ какихъ-либо паръ чиселъ, наприм. 19 и 13, 12 и 9 и проч., учитель наконецъ сообщаетъ имъ слѣдующія правила:

1) Изъ двухъ неравныхъ чиселъ одно всегда болѣе другаго.
2) Бо̀льшее число всегда болѣе меньшаго на разность, которая заключается между ними.
3) Мѐньшее число менѣе бо̀льшаго на столько, сколько единицъ въ разности.
4) Въ бо̀льшемъ числѣ содержится меньшее число и разность.
5) Если отъ бо̀льшаго числа отнять разность, то выйдетъ меньшее.
6) Если отъ бо̀льшаго числа отнять мѐньшее, то останется разность.
7) Когда къ мѐньшему числу прибавить разность, то выйдетъ бо̀льшее.

Все это должно быть объяснено посредствомъ наглядности и вопросовъ. Но если послѣ всѣхъ объясненій, дѣти все-таки будутъ затрудняться, то лучше отложить эти правила до другаго времени.

Приложенія къ предыдущимъ двумъ упражненіямъ.

Чѣмъ 12 болѣе 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 и 12? — Чѣмъ 5 менѣе 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5? — Отъ какого числа надобно отнять 6, чтобы получить въ остаткѣ 9? — Куплено было 16 мѣшковъ муки; изъ нихъ въ теченіе мѣсяца употреблено 7. Сколько осталось? — Изъ 17 задачъ, Иванъ не разрѣшилъ 8. Сколько же онъ разрѣшилъ? — Егоръ купилъ 14 листовъ бумаги, и сдѣлалъ для себя двѣ тетради, одну въ 5 листовъ, а другую въ 4. Сколько у него осталось еще бумаги? — Въ теченіе 18 дней было 9 праздниковъ. Сколько было будничныхъ или рабочихъ дней? — Изъ 13 куръ 7 заколото. Много ли осталось? — Одинъ слуга получилъ сперва 9 рублей, и потòмъ еще столько же. Изъ этихъ денегъ онъ издержалъ на одной недѣлѣ 5, а на другой 3 рублями болѣе. Сколько у него осталось? — Иванъ говоритъ, что онъ въ продолженіе двухъ недѣль, исключая воскресныхъ дней, работалъ 16 дней; правда ли это? — Много ли всего дней онъ могъ работать? — 7 и 2 чѣмъ менѣе 5 и 9? — Два числа вмѣстѣ составляютъ 11, одно есть 6; какъ велико другое? — Бòльшее число 18, мèньшее 9; чему равна разность?

Разность между данными числами есть 8, а меньшее 6. Сколько единицъ въ большемъ? — Разность съ меньшимъ числомъ составляютъ вмѣстѣ 14; меньшее есть 9. Какъ велика разность? — Разность, равная меньшему числу, составляетъ 7. Много ли единицъ въ большемъ? — У меня въ обоихъ карманахъ находится по неравному числу рублей: въ одномъ 10, а въ другомъ въ половину менѣе. Сколько въ обоихъ?

№ 15. ШЕСТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Дальнѣйшее сложеніе чиселъ отъ 1 до 100.

Послѣ сказаннаго относительно сложенія чиселъ отъ 1 до 20, это упражненіе, какъ продолженіе предыдущаго, не представитъ никакой трудности. Важнѣе всего теперь, чтобы ученики привыкли смотрѣть на десятокъ какъ на единицу высшаго рода. Пусть по таблицѣ № 1, они складываютъ сперва десятки съ десятками, потомъ къ числамъ, выражающимъ одни десятки, прикладываютъ единицы, и, наконецъ, къ числамъ, которыя состоятъ изъ десятковъ и единицъ, прибавляютъ числа того же рода.

Первый отдѣлъ.

Учит. (показывая на клѣтки нижняго горизонтальнаго ряда).

Здѣсь *десять разъ одинъ* или *одинъ разъ десять* или *одинъ десятокъ.*

Тутъ *десять разъ одинъ* и еще *десять разъ одинъ* или *два раза десять разъ одинъ* или *двадцать разъ одинъ,* или *одинъ разъ двадцать.*

и т. д.

Или:

Здѣсь *два раза десять* или *одинъ разъ двадцать,* а тутъ *три раза десять* или *одинъ разъ тридцать*; *два раза десять* и *три раза десять* суть *пять разъ десять* или *одинъ разъ пятьдесятъ*, или *пять разъ десять* или *пятьдесятъ* и т. д.

Примѣненія. Сколько пальцевъ на обѣихъ рукахъ у каждаго изъ васъ? — Сколько пальцевъ на обѣихъ рукахъ у трехъ

человѣкъ? — А у пяти? Сколько у девяти человѣкъ? — Сосчитайте двадцать страницъ этой книги, и еще столько же, и потомъ узнайте, много ли будетъ всего страницъ и проч.

Пройдя этотъ отдѣлъ по таблицѣ и убѣдясь, что ученики твердо заучили его, учитель тотчасъ обращается къ циферному письму, съ соблюденіемъ знаковъ, которые были прежде показаны (Смот. № 8).

Ученики по его приказанію пишутъ:

$10+10=20$; $10+20=30$; $10+30=40$; $10+40=50$, и проч.

Или:

$10+10=20$; $20+10=30$; $30+10=40$; $40+10=50$, и проч.

Или:

$20+30=50$; $30+50=80$; $40+40=80$; $50+50=100$.

Или:

$10\times1+10\times1=20\times1=20$; $1\times10+1\times10=1\times20=20$;
$10\times1+20\times1=30\times1=30$; $1\times10+1\times20=1\times30=30$;
$10\times1+30\times1=40\times1=40$; $1\times10+1\times30=1\times40=40$;

и т. д. и т. д.

Второй отдѣлъ.

Учитель проходитъ означенные здѣсь ряды сперва также по таблицѣ, а потомъ цифрами:

$10\times1+11\times1=21\times1=21$; $10\times1+12\times1=22\times1=22$; и проч.
до $10\times1+89\times1=99\times1=99$.

$20\times1+11\times1=31\times1=31$; $20\times1+12\times1=32\times1=32$ и т. д. до $+79$.
30 съ 11, 12..$+69$.
40 съ 11, 12..$+59$.
50 съ 11, 12..$+49$.

и т. д.

Или:

$60+27=87$; потому что $60+20=80$, $80+7=87$.
$40+58=98$; потому что $40+50=90$, $90+8=98$.

и т. д.

Въ слѣдствіе примѣненій, которыя дѣлали въ предыдущихъ упражненіяхъ, не помѣщаемъ здѣсь задачъ, которыя безпрерывно должны входить въ упражненіе.

Третій отдѣлъ.

При нахожденіи суммъ слагаемыхъ, которыя состоятъ изъ десятковъ и единицъ, наблюдается тотъ же постепенный ходъ дѣйствія. Но какъ такія слагаемыя составляютъ самую трудную часть сложенія, то при рѣшеніяхъ учитель долженъ чаще останавливаться, требуя каждый разъ отъ учениковъ подробныхъ и отчетистыхъ доказательствъ.

Вотъ примѣры:

Сколько составляетъ 45 и 37?

Учен. 82; потому что 45 состоитъ изъ 40 и 5, 37 изъ 30 и 7; 40 и 30 = 70; 5 и 7 = 12, или все тоже, что 10 и 2; 70 и 10 составляютъ 80, а 80 и 2, 82.

Учит. Съ одной яблони моего садика я получилъ 48 яблоковъ, а съ другой только 14. Сколько я получилъ яблоковъ съ обѣихъ яблонь?

Учен. Съ обѣихъ яблонь вы получили 62 яблока. Потому что 48 состоитъ изъ 4 десятковъ и 8 единицъ; 12 состоитъ изъ 1 десятка и 2 единицъ; 4 десятка и 1 десятокъ равны 5 десяткамъ; 8 единицъ и 4 все тоже, что 1 десятокъ и 2 единицы; 5 десятковъ и 1 десятокъ составляютъ 60; 60 и 2, 62.

Вотъ къ какому роду циферного письма должно пріучать дѣтей:

$48+14=62$; потому что $48=40+8$, $14=10+4$; $40+10=50$; $8+4=12$; $12=10+2$; $50+10=60$; $60+2=62$.

Когда этимъ способомъ дѣти научатся легко складывать, тогда можно приступить къ сокращеннымъ рѣшеніямъ.

Учит. Сколько составляетъ 36 и 58?

Учен. 94.

Учит. Будемъ теперь скорѣе складывать.

Учен. 30 и 50 составляютъ 80; 6 и 8 = 14; 80 и 14 = 94.

Самыхъ слабыхъ изъ вашихъ учениковъ совѣтуемъ сначала упражнять по таблицѣ въ составленіи различныхъ численныхъ рядовъ, прибавляя сперва къ какому-нибудь числу всякій разъ по 2, потомъ по 3, 4, 5 и т. д.

Вотъ каковы могутъ быть эти послѣдовательные ряды:

a) 2 и 2, 4; 4 и 2, 6; 6 и 2, 8; 8 и 2, 10; 10 и 2, 12; 12 и 2, 14; 14 и 2, 16; 16 и 2, 18, и т. д. до 98 и 2, 100.

b) 3 и 3, 6; 6 и 3, 9; 9 и 3, 12, и т. д. до 99.
Или:

c) 1 и 2, 3; 2 и 2, 4; 3 и 2, 5, и т. д.

d) (взявъ какое-либо число, напримѣръ 7, придавать къ получаемымъ суммамъ всякій разъ другое какое-нибудь число, напр. 8).
7 и 8, 15; 15 и 8, 23; 23 и 8, 31, и т. д.

e) (или къ одному и тому же числу прибавлять по порядку числа 1, 2, 3 и проч.)
6 и 1, 7; 6 и 2, 8; 6 и 3, 9; 6 и 4, 10, и т. д.

Примѣненія.

Задача. Нѣкто купилъ лошадь и овцу. За лошадь онъ заплатилъ 75 руб., а за овцу 14 руб. Что стоятъ лошадь и овца вмѣстѣ?

Отвѣтъ. 89 руб.; потому что 75 = 70 + 5; 14 = 10 + 4; 70 + 10 = 80, 5 + 4 = 9; 80 + 9 = 89.

З. Иванъ имѣлъ 45 руб.; спустя нѣсколько времени получилъ еще 47 руб. Сколько теперь онъ всего имѣетъ?

О. 92 рубля.

З. За хорошее прилежаніе получили: Антонъ 6 листовъ бумаги, братъ его Сергѣй 8 листовъ, а сестра ихъ Катенька 7 листовъ. Сколько всѣ трое получили?

О. 21.

З. Платонъ набираетъ насѣкомыхъ. У него уже собрано: 8 пауковъ, 6 жуковъ, 4 мотылька и еще 5 другихъ насѣкомыхъ. Много ли всего онъ собралъ?

О. 23.

З. У Петруши въ его маленькомъ саду посажено: 5 гвоздикъ, 9 розъ, 8 гіацинтовъ и 11 тюльпановъ. Сколько у него посажено всего цвѣтовъ?

О. 33.

З. Въ одномъ классѣ считалось 78 мальчиковъ; туда вновь поступило 16. Сколько теперь тамъ всего?

О. 94.

З. Бабушкѣ Антона 60 лѣтъ отъ роду, а дѣдушка его 12-ю годами старѣе бабушки. Сколько лѣтъ дѣдушкѣ?

О. 72.

З. Узнайте, сколько книгъ у Петра и Ивана вмѣстѣ, если у перваго 18, а у втораго только 9.

О. 27.

З. Нѣкто занималъ у своего пріятеля деньги. Онъ въ число долга своего заплатилъ заимодавцу 14 руб., и на немъ еще осталось 39 руб. Сколько онъ занималъ?

О. 53.

З. Слуга Кузьма получилъ за работу въ Январѣ 13 руб., въ Февралѣ 14 руб., въ Мартѣ 15 руб. и въ Апрѣля 16 руб. Сколько онъ получилъ во всѣ четыре мѣсяца?

О. 58.

З. Андрею чрезъ 17 лѣтъ будетъ столько же лѣтъ, сколько его брату. Который годъ его брату, если Андрею 14 лѣтъ?

О. 31.

З. Изъ 3 чиселъ первое равно 25, второе 16, а третье первымъ двумъ, вмѣстѣ взятымъ. Какъ велика вся сумма?

О. 82.

З. У одного отца три сына: старшему 17 лѣтъ, второму 15, а третьему 9. Какъ старъ самъ отецъ, если его лѣта превосходятъ 3 годами лѣта всѣхъ его сыновей, вмѣстѣ взятыхъ?

О. 44.

З. Когда у Макара родился сынъ, то Макару было 36 лѣтъ. Сынъ его прожилъ на свѣтѣ 39 лѣтъ. Какихъ лѣтъ былъ Макаръ, когда умеръ сынъ его?

О 75.

При концѣ упражненія должно показать ученикамъ и тотъ способъ письменнаго сложенія, гдѣ числа располагаются въ одной вертикальной строкѣ, и замѣтить имъ, какія изъ нихъ называются *слагаемыми,* и что такое *сумма* или *итогъ.*

Напримѣръ: 49 + 7 выразится такъ:

$$\left.\begin{array}{r}49\\7\end{array}\right\}\text{ слагаемыя.}$$
$$\overline{56}\ \text{сумма или итогъ.}$$

Ученикъ говоритъ: 9 + 7 = 16; 16 состоитъ изъ 1 десятка и 6 единицъ; 6 единицъ пишу подъ единицами, а 1 десятокъ прикладываю къ 4 д.; 4 д. и 1 д. составляютъ 5 десятковъ. Пишу цифру 5 съ лѣвой стороны цифры 6.

При этомъ случаѣ не худо замѣтить, что можно начинать складывать сверху внизъ, и обратно; можно также начинать съ десятковъ и отъ нихъ переходить къ единицамъ, и тогда будетъ такъ:

$$\begin{array}{r}28\\47\\\hline 60\\15\\\hline 75.\end{array}$$

Но этотъ пріемъ показываетъ преимущество перваго, въ которомъ начинаютъ складывать отъ правой руки къ лѣвой.

Примѣры, постепенно расположенные:

a)	b)	c)
30	25	17
40	30	19
20	10	15
90.	65.	29
		19
		99.

Правило. Сперва слагаются единицы. Если чрезъ сложеніе ихъ получится десятокъ или десятки, то вводятъ ихъ въ рядъ десятковъ, которые также между собою слагаются.

№ 16. СЕДЬМОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

О вычитаніи чиселъ, гдѣ уменьшаемыя не превосходятъ **99.**

Это упражненіе есть продолженіе № 13 и составляетъ также обратный ходъ дѣйствія предыдущаго.

Покажемъ здѣсь различные пріемы, которыми можетъ руководствоваться учитель при изученіи этого ариѳметическаго дѣйствія.

I.-й *Пріемъ. Изъ сложныхъ чиселъ вычитаются первыя девять натуральныхъ чиселъ.*

a) 2 изъ	22, 23 и т. д. до 29;	b) 2 изъ	32, 33 и т. д. до 39,
3 —	23, 24	3 —	33
4 —	24, 25	4 —	34
5 —	25, 26	5 —	35
6 —	26	6 —	36
7 —	27, 28, 29;	7 —	37
8 —	28, 29;	8 —	38
9 —	29;	9 —	39.

и т. д.

e) 2 изъ	42, 43 и т. д. до 49;		g) 2 изъ	52, 53 и т. д. до 59;	
3 —	43	;	3 —	53	;
4 —	44	;	4 —	54	;
5 —	45	;	5 —	55	;
6 —	46	;	6 —	56	;
7 —	47	;	7 —	57	;
8 —	48	;	8 —	58	;
9 —	49	;	9 —	59	;

и т. д.

II-*й Прiемъ. Изъ сложныхъ чиселъ вычитаются первыя девять чиселъ; но здѣсь та разница, что вычитаемыя единицы болѣе уменьшаемыхъ единицъ, за исключенiемъ десятковъ.*

a) Вычитаются	числа	отъ 1 до	9	изъ	10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.
b)	—	— 2 —	9	—	11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91.
c)	—	— 3 —	9	—	12, 22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92.
d)	—	— 4 —	9	—	13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93.
e)	—	— 5 —	9	—	14, 24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94.
f)	—	— 6 —	9	—	15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95.
g)	—	— 7 —	9	—	16, 26, 36, 46, 56, 66, 76, 86, 96.
h)	—	— 8 —	9	—	17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87, 97.
i)			9	—	18, 28, 38, 48, 58, 68, 78, 88, 98.

Ходъ рѣшенiй этихъ задачъ уже извѣстенъ изъ предыдущихъ упражненiй. Впрочемъ покажемъ примѣры.

1) 7 отъ 43 = 36; потому что 7 = 3 + 4; 3 отъ 43 = 40; 40 — 4 = 36.
2) 6 — 25 = 19; — — 6 = 5 + 1; 5 отъ 25 = 20; 20 — 1 = 19.
3) 36 — 9 = 27; — — 10 отъ 36 = 26; 26 + 1 = 27.
или 9 = 6 + 3; 36 — 6 = 30; 30 — 3 = 27.

Если должно вычесть 7, 8 или 9, то лучше сперва вычесть 10, а потомъ къ остатку прибавить при 7 единицахъ 3 единицы, при 8 — 2, при 9 — 1, т. е. тѣ единицы, сколькими было вычтено болѣе, нежели слѣдовало, должно прибавить къ остатку. 35 — 7 = 28; потому что 35 — 10 = 25, 25 + 3 = 28 и проч.

Другой способъ рѣшенiя.

35 — 7 = 28; 35 = 30 + 5 или 3 дес. + 5 един. 7 изъ 5 вычесть не льзя; поэтому отъ 3 десятковъ беру одинъ десятокъ, привожу его въ единицы и прикладываю ихъ къ 5, отъ чего и получаю 15 единицъ. 7 изъ 15 даютъ въ остаткѣ 8. По вычитаніи одного десятка отъ 3 десятковъ, осталось 2 десятка или 20 един.; 20 + 8 = 28. Этотъ способъ рѣшенія болѣе прочихъ затруднителенъ для дѣтей.

III-й *Пріемъ. Вычитаніе большими рядами.*

а) Каждое натуральное число вычитаютъ изъ другихъ чиселъ до 100 въ слѣдующемъ видѣ:

2 изъ 2 = 0; 2 изъ 3 = 1; 2 изъ 4 = 2; 2 изъ 5 = 3
2 изъ 6 = 4; 2 изъ 7 = 5; 2 изъ 8 = 6; 2 изъ 9 = 7;
2 изъ 10 = 8; 2 изъ 11 = 9; 2 изъ 12 = 10; 2 изъ 13 = 11; 2 изъ 14 = 12; и т. д. до 2 изъ 100 = 98.

Или обратно:

100 безъ 2 = 98; 99 безъ 2 = 97; 98 безъ 2 = 96; 97 безъ 2 = 95; 96 безъ 2 = 94; 95 безъ 2 = 93; 94 безъ 2 = 92; 93 безъ 2 = 91; 92 безъ 2 = 90; 91 безъ 2 = 89; 90 безъ 2 = 88; и т. д. до 2 безъ 2 = 0.

Такимъ же образомъ должно поступать и съ другими натуральными числами отъ 3 до 9, начиная вычитать 3 изъ 3, 4 изъ 4 и т. д.

b) Вычитаютъ каждое натуральное число изъ самаго бо̀льшаго числа и то же число изъ остатка, и такъ далѣе до самаго мѐньшаго числа; напр.

2 изъ 100 = 98; 2 изъ 98 = 96; 2 изъ 96 = 94; 2 изъ 94 = 92; 2 изъ 92 = 90; 2 изъ 90 = 88; 2 изъ 88 = 86; 2 изъ 86 = 84; 2 изъ 84 = 82; и т. д. до 2 изъ 2 = 0.

Или:

100 — 2 = 98; 98 — 2 = 96; 96 — 2 = 94; 94 — 2 = 92 и т. д.

c) Также вычитаютъ въ видѣ рядовъ два разныя числа, напр. 3 и 4, попеременно.

100 безъ 3 = 97; 97 безъ 4 = 93; 93 безъ 3 = 90; 90 безъ 4 = 86; 86 безъ 3 = 83; 83 безъ 4 = 79 и д. т.

Или, не означая даже остатковъ:

100, 97, 93, 90, 86, 83, 79 и т. д.

При составленіи этихъ рядовъ можно занимать вдругъ или двухъ учениковъ или цѣлый классъ, раздѣленный на 2 отдѣленія, такъ чтобъ одни всякій разъ вычитали напримѣръ, по 3, а другіе по 4. Такое преподаваніе весьма пріятно дѣтямъ.

При вычитаніи сложныхъ чиселъ изъ сложныхъ наблюдается та же постепенность.

IV-й *Пріемъ. Круглыя числа вычитаются изъ круглыхъ.*

10 изъ	20,	30,	40,	50,	60,	70,	80,	90,	100.
20 —	30,	40,	50,	60,	70,	80,	90,	100.	
30 —	40,	50,	60,	70,	80,	90,	100.		
40 —	50,	60,	70,	80,	90,	100.			
50 —	60,	70,	80,	90,	100.				
60 —	70,	80,	90,	100.					
70 —	80,	90,	100.						
80 —	90,	100.							
90 —	100.								

a) Предлагаютъ вопросы, напримѣръ: что будетъ, если отъ 70 взять 30? — А отъ 80, 40? и т. д.

b) Упражняютъ учениковъ при помощи рядовъ, какъ показано выше.

V-й *Пріемъ. Круглыя числа вычитаются изъ сложныхъ.*

6 *

10 изъ 11, 12, 13, 14, 15, 16 и т. д. до 99.
20 — 21, 22, 23, 24, 25, 26, — — —
30 — 31, 32, 33, 34, 35· 36, — — —
и т. д. до 90 изъ 91, 92 и проч.

И здѣсь упражняютъ при помощи вопросовъ и рядовъ, съ рѣшеніями и безъ нихъ. Напр.
20 изъ 36 = 16; потому что 20 изъ 30 = 10, 10 + 6 = 16.
75 безъ 40 = 35; — — 70 безъ 40 = 30, 30 + 5 = 35.

VI-й *Пріемъ. Сложныя числа изъ сложныхъ.*

Здѣсь уже болѣе надобно занимать дѣтей вопросами и задачами, нежели рядами.

Примѣры:

a) *Не занимая единицъ у десятковъ.*

12 изъ 13 = 1; 24 изъ 29 = 5; 35 изъ 38; 46 изъ 96; 51 изъ 58; 15 изъ 36; 57 безъ 22; 78 безъ 33 и т. д.

b) *Занимая у десятковъ единицы.*

21 безъ 12; 24 изъ 33; 36 изъ 44 и т. д.

Это разрѣшаютъ такъ:

1) 12 изъ 21 = 9; потому что 10 изъ 21 = 11, 2 изъ 11 = 9.
2) 24 изъ 33 = 9; потому что 20 изъ 33 = 13, 4 изъ 13 = 9.
3) 44 — 36 = 8; 44 — 30 = 14, 14 — 6 = 8.

Другимъ способомъ:

92 — 47 = 45; потому что 47 = 4 десят. и 7 един; 92 = 9 дес. + 2 ед; 4 дес. изъ 9 дес. = 5 дес. 7 единицъ изъ 2 ед. нельзя вычесть; занимаемъ отъ 5 оставшихся десятковъ 1 дес. (поэтому останется 4 д.), приводимъ его въ единицы, а именно въ 10 ед., прикладываемъ ихъ къ 2 и получаемъ 12; 7 изъ 12 = 5. 4 дес. + 5 един. = 45 единицамъ.

VII-й *Пріемъ. Сравненіе чиселъ.* (Этотъ пріемъ есть продолженіе № 14).

Вотъ нѣсколько вопросовъ, которые сюда относятся:

1) Назовите два равныя (одинакія) числа! (12 и 12).

2) Назовите два неравныя (неодинакія) числа! (12 и 17).

3) Назовите два числа, изъ которыхъ первое болѣе втораго! (18 и 11).

4) Назовите два числа, изъ которыхъ первое было бы менѣе втораго! (12 и 16).

5) Наименуйте числа, изъ которыхъ одно было бы болѣе (или менѣе) другаго 2-мя (также 3, 4, 5, 6 и т. д.)! (2 и 4, 4 и 6, 40 и 42)

При этомъ случаѣ учитель замѣчаетъ дѣтямъ, что они должны представить въ умѣ своемъ какое-либо число и къ нему прибавить требуемое: тогда и получатся два числа, которыя будутъ разнствовать между собою на это требуемое число. Если, напримѣръ, задумано 16, то придавая къ нему 3, получимъ другое число 19. Въ слѣдствіе этого дитя получитъ оба требуемыя числа, 16 и 19.

6) Какое число болѣе 17 (25, 27, 43 и проч.) 2-мя (3, 4, 6, 19, 33 и проч.)?

Здѣсь ученики такимъ же образомъ складываютъ разность съ даннымъ числомъ, и получаютъ требуемое.

7) Какое число менѣе 35 (49, 57 и проч.) 3-мя (5, 9 и пр.)?

8) Чѣмъ каждое изъ слѣдующихъ паръ чиселъ болѣе или менѣе другаго: 8 и 17, 14 и 29, 44 и 87 и т. д.

9) Назовите нѣсколько паръ чиселъ, которыя имѣли бы одинакую разность! ($4 \overset{2}{\div} 6 = 5 \overset{2}{\div} 7$).

10) Составьте изъ слѣдующихъ четырехъ чиселъ: 2, 8, 9 и 3, двѣ пары, которыя имѣли бы одинакую разность! ($8 \overset{6}{\div} 2 = 9 \overset{6}{\div} 3$).

11) Составьте изъ слѣдующей пары чиселъ: 17 и 14 новую пару, которая имѣла бы ту же самую разность!

Ученики къ обоимъ даннымъ числамъ прибавляютъ какое-нибудь одно число, напр. 4, и получаютъ 21 и 18.

12) Назовите нѣсколько паръ чиселъ, которыхъ разность равна 9 (8, 5, 7, 13, 45 и проч.)! ($2 \div 11 = 15 \div 24$; $16 \overset{9}{\div} 7 = 29 \overset{9}{\div} 20$).

Наконецъ дѣло учителя покороче ознакомить учениковъ съ обыкновенными пріемами цифернаго письма. Здѣсь наблюдается тотъ же порядокъ, какъ и при сложеніи, т. е. поступаютъ двояко: 1) или уменьшаемое съ вычитаемымъ ставятъ въ одной горизонтальной строкѣ, раздѣляя ихъ знакомъ вычитанія (—), и потòмъ послѣ знака равенства (=) въ той же строкѣ ставятъ остатокъ; напр.

17 — 9 = 8, т. е. 9 изъ 17 = 8.
94 — 32 = 62

и проч.

2) Или мѐньшее число ставятъ подъ бòльшимъ, проводятъ черту, и подъ нею пишутъ остатокъ; напр.

$$\begin{array}{r} 98 \\ 76 \\ \hline 22 \end{array}$$

Ученикъ говоритъ: 6 единицъ изъ 8 един. = 2 един.; пишу 2 за чертою въ рядъ единицъ. 7 десят. изъ 9 десят. = 2 десят.; пишу за чертою въ рядъ десятковъ цифру 2. Все вмѣстѣ составляетъ 22 единицы.

Также надобно познакомить учениковъ съ названіями: *уменьшаемое число* и *вычитаемое число*. О разности или остаткѣ они уже имѣютъ понятіе. (см. № 15). То число, изъ котораго вычитается другое, именуется обыкновенно *уменьшаемымъ*, потому, что чрезъ вычитаніе оно должно уменьшиться; а то, которое вычитаютъ — *вычитаемымъ*.

Чтобы эти названія утвердились въ памяти ученика, надобно чаще о нихъ напоминать.

Необходимо также замѣтить, что въ томъ случаѣ, когда у десятковъ уменьшаемаго числа приходится занимать одинъ десятокъ, ставятъ подлѣ нихъ точку, которая и показываетъ, что число десятковъ должно читать числомъ, уменьшеннымъ единицею противъ настоящаго.

Примѣръ.

8˙3 уменьшаемое.
49 вычитаемое.
34 разность или остатокъ.

Ученикъ говоритъ: 9 един. изъ 3 един. вычесть не льзя, занимаю отъ десятковъ 1 дес. и, приведя его въ единицы, прилагаю къ 3: 10 + 3 = 13; 9 изъ 13 = 4. По отнятіи одного десятка осталось 7 десятковъ; 7 — 4 = 3. Но чтобы показать, что отъ 8 десятковъ отнятъ 1 десят., ставлю подлѣ 8 точку.

Не худо познакомить дѣтей и съ употребленіемъ знаковъ: > (болѣе) и < (менѣе). Такъ напр. 5 > 3 и 9 < 13.

Примѣненія.

Задача. Часъ имѣетъ 60 минутъ. Если прошло уже четверть часа или 15 минутъ; то сколько минутъ остается до слѣдующаго часа? — 45.

З. Нѣкто долженъ 58 рублей, и въ число своего долга заплатилъ 16 рублей. Много ли еще на немъ долгу? — 42.

З. Николай купилъ 26 листовъ бумаги, изъ нихъ отдалъ брату своему 11. Сколько оставилъ у себя? — 15.

З. Чѣмъ число 13 менѣе числа 37? — 24.

Сколько къ 49 надобно прибавить, чтобы вышло 72? — 23.

З. Сколько отъ 84 надобно отнять, чтобы въ остаткѣ вышло 36? — 48.

З. Нѣкто нанялся въ работу на 75 дней. Если онъ проработалъ 48 дней, то сколько времени ему остается до сроку? — 27.

З. Если братъ Ивана проживетъ еще 19 лѣтъ, то ему будетъ столько же лѣтъ, сколько Ивану, которому теперь 46 лѣтъ. Который годъ брату Ивана? — 27.

З. Найти число, къ которому должно прибавить 28, чтобы получить 73! — 45.

З. Дядя подарилъ двумъ маленькимъ своимъ племянникамъ 92 вишни, старшему досталось 67; сколько же младшему? — 25.

З. Число 12 составляетъ разность какихъ двухъ чиселъ?

З. Когда получимъ 29 въ остаткѣ?

Найдите два числа, которыхъ разность была бы равна разности между 25 и 29?

Девятнадцать да еще какое число даютъ число 30? — 11.

Сложеніе и вычитаніе вмѣстѣ.

Какимъ числомъ 18 + 5 болѣе 9? — 14.

Чему равно 28 безъ 7, сложенное съ 9? — 30.

Чѣмъ сумма чиселъ 12 + 7 болѣе 14? — 5.

Чѣмъ 25 безъ 9 менѣе 38? — 22.

Отъ разности между числами 26 и 39 отнимите 8! — 5.

Если къ разности между 24 и 36 прибавимъ еще 15, то сколько получимъ? — 27.

Чему равна сумма 49 + 8 безъ разности между числами 3 и 12? — 48.

Сумма чиселъ 49 и 8 безъ разности между 5 и 12, болѣе какого числа 5 единицами? — 43.

Сколько получимъ, если разность между 16 и 30 уменьшимъ 6 единицами, а остатокъ увеличимъ 25 единицами? — 33.

Если отъ бо̀льшаго изъ двухъ данныхъ чиселъ, 36 и 42, отнимемъ 12, а къ меньшему прибавимъ 22, то какая получится сумма отъ сложенія этихъ новыхъ чиселъ? — 88.

Изъ 83 рублей нѣкто заплатилъ за квартиру 15, за дрова 9 и слугѣ 12. Много ли у него осталось? — 47.

Въ одной школѣ по списку состоитъ 43 мальчика и 45 дѣвочекъ; на лицо въ школѣ только 37 мальчиковъ и 39 дѣвочекъ. Много ли недостаетъ всего дѣтей? — 12.

Уменьшаемое можно разложить на два числа, 14 и 19, вычитаемое также можно разложить на 7 и 15. Чему равенъ остатокъ? — 11.

Уменьшаемое есть сумма слѣдующихъ трехъ чиселъ: 27, 18 и 6, а вычитаемое четырехъ: 7, 8, 9 и 10. Сколько единицъ въ остаткѣ? — 17.

Въ остаткѣ 35 безъ 16, а въ уменьшаемомъ 35 + 16. Сколько было въ вычитаемомъ? — 32.

Изъ трехъ слагаемыхъ чиселъ первое составляетъ 28, а второе 34; вся же сумма равна 99. Чему равно третье слагаемое число? — 37.

Найти пару чиселъ, которыхъ разность была бы равна 43!

Найти три пары чиселъ, которыхъ разности были бы одинакія!

Если бы я имѣлъ долгу 28-ю рублями болѣе, нежели сколько имѣю, то 50 руб. безъ 11 руб. было бы достаточно для уплаты всего моего долга. Сколько же я долженъ? — 11.

№ 17. ВОСЬМОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Дальнѣйшее разложеніе чиселъ отъ 1 *до* 100.

Это упражненіе есть продолженіе № 5.

Разлагать числа на составныя ихъ части (на

двѣ, на три и т. д.) есть занятіе чрезвычайно полезное. Но не возможно, и даже не есть необходимость, при такомъ множествѣ чиселъ непремѣнно перебрать всѣ случаи разложенія. Ограничимся здѣсь однимъ только примѣромъ, и посовѣтуемъ учителю обратить на это упражненіе свое особое вниманіе: оно какъ бы дополняетъ предыдущіе нумера. И дѣйствительно, если ученикъ умѣетъ разлагать числа, то не можетъ уже затрудняться при вычитаніи и сложеніи.

15 = 14 + 1,	15 = 12 + 2 + 1,	15 = 10 + 1 + 2 + 2,
13 + 2,	11 + 2 + 2,	9 + 1 + 2 + 3,
12 + 3,	10 + 2 + 3,	8 + 1 + 2 + 4,
11 + 4,	9 + 2 + 4,	7 + 1 + 2 + 5,
10 + 5,	8 + 2 + 5,	6 + 1 + 3 + 5,
9 + 6,	7 + 2 + 6,	5 + 1 + 4 + 5,
8 + 7,	6 + 2 + 7,	4 + 1 + 3 + 7,
7 + 8,	5 + 2 + 8,	3 + 1 + 6 + 5,
6 + 9,	4 + 2 + 9,	2 + 1 + 4 + 8.
5 + 10,	3 + 2 + 10,	
4 + 11,	2 + 2 + 11,	
3 + 12,	и т. д.	
и т. д.		

Послѣ этого слѣдуютъ примѣненія.

Назовите два неравныя числа, изъ которыхъ можно составить 18 (12, 25, 37 и проч.)!

Число 25 состоитъ изъ 12, 4 и еще изъ какого третьяго числа?

Наименуйте четыре числа, изъ которыхъ можно составить 30, и чтобы два изъ нихъ были равныя между собою, а другія два неравныя!

Наименуйте пять неравныхъ чиселъ, изъ которыхъ можно составить число 50!

Такія задачи служатъ болѣе для занятій учениковъ внѣ школы, т. е. дома. Учитель располагаетъ условія, по ко-

торымъ должно произвести разложенie, сообразно степенямъ успѣховъ своихъ учениковъ: самымъ способнымъ даетъ болѣе трудныя задачи, а слабымъ — легкiя. Этого правила долженъ онъ держаться во всякомъ случаѣ.

№ 18. ДЕВЯТОЕ УПРАЖНЕНIЕ.

Разностороннее разсматриванiе чиселъ.

Это упражненie есть окончательный выводъ изъ предыдущихъ (отъ 10-го по 18-ое). Объяснимъ примѣромъ, въ чемъ оно состоитъ. Положимъ, число 24 должно разсмотрѣть съ разныхъ точекъ зрѣнiя.

Вопросы.

1) Къ какому ряду десятковъ принадлежитъ число 24? — (къ 3-му).
2) Которое оно число въ этомъ ряду? — (5-е).
3) Которое число ему предшествуетъ? — (23).
4) Которое послѣ него? — (25).
5) Разложите его на десятки и единицы! — (2 д. и 4 ед.).
6) Какимъ другимъ образомъ можетъ составиться 24?
   (Если сложимъ 1 съ 23, 2 съ 22, 3 съ 21, 4 съ 20, 5 съ 19 и т. д.).
7) Изъ какихъ трехъ чиселъ можетъ состоять 24? — (15, 5 и 4).
8) Какiя три равныя числа составляютъ его? — (8 + 8 + 8).
9) Какiя четыре равныя числа составляютъ 24? (6 + 6 + 6 + 6).

10) А какія шесть? — (4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4).

11) А какія восемь? — (3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3).

12) А какія двѣнадцать? (2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2).

13) Какія два числа, вычтенныя одно изъ другаго, составятъ 24? — (6 и 30, 12 и 36 и проч.).

14) Какъ надлежитъ поступить, если я хочу 24 увеличить?

Отв. Должно сложить его съ какимъ - нибудь другимъ числомъ. — Сложите!

15) Какъ же уменьшить? — (вычитая изъ него мѐньшее число).

16) Какія числа могутъ быть вычитаемы изъ 24? —

(*Отв.* отъ 1 до 24).

17) Когда остатокъ будетъ больше, и когда меньше?

18) Сколько должно приложить къ 24, чтобы получить 49, 50, 72 и проч.? —

19) Сколько надлежитъ отнять отъ 24, чтобы получить 12, 16, 4, 9 и проч.? —

20) Какъ составить два равныя числа изъ слѣдующихъ двухъ чиселъ, 18 и 6, которыхъ сумма равна 24? — (отъ перваго числа отниму 6 и прибавлю ко второму).

21) Какія неравныя числа можете получить изъ 12 и 12, которыхъ сумма была бы равна 24? —

Столь полезное упражненіе для развитія умственныхъ способностей не можетъ быть долго производимо надъ од-

нимъ числомъ, иначе это бы отняло слишкомъ много времени.

№ 19. ДЕСЯТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Приложеніе къ предыдущимъ исчисленіямъ обыкновенныхъ мѣръ длины, вѣса, денегъ и проч.

Прежде всего учитель обязанъ познакомить учениковъ съ тѣми мѣрами, которыя они чаще встрѣчаютъ въ жизни. Такъ изъ мѣръ вѣса, возьмите только пуды, фунты, лоты и золотники и оставьте до времени берковцы, которыхъ настоящее употребленіе только въ оптовой продажѣ, и доли золотника, какъ слишкомъ мелкія дроби; объ аптекарскомъ вѣсѣ вовсе теперь не говорите; изъ мѣръ длины выкиньте покамѣстъ мили и версты, а изъ мѣръ времени терціи. — Не надобно вообще говорить о томъ, что свыше дѣтскихъ понятій, иначе вы будете упражнять одну только память, что противно здравой Педагогикѣ. Но сообщая дѣтямъ понятія о мѣрахъ, для васъ есть одинъ только путь, именно, дѣйствовать чрезъ наглядность, потому что это есть путь, назначенный самою природою, и поступать противъ него значитъ поступать ложно. — Въ слѣдствіе этого, если вы желаете, чтобы ученики ваши получили точное и ясное понятіе о мѣрахъ вѣса, покажите имъ употребленіе вѣсовъ, не чертежемъ, а въ натурѣ; займитесь съ ними взвѣшиваніемъ различныхъ тѣлъ, и дайте имъ самимъ осязать всѣ

вѣсовыя гири. Для этого непремѣнно надобно имѣть въ классѣ достаточный запасъ всѣхъ употребительныхъ мѣръ вѣса, длины и проч.

Учитель, ознакомивъ учениковъ съ употребленіемъ вѣсовъ, говоритъ:

1. *Мѣры вѣса.*

1 пудъ все равно что 40 фунтовъ.
1 фунтъ — — 32 лота.
1 лотъ — — 3 золотника.

Сколько въ 40 фунтахъ пудовъ? —
А въ 3 золотникахъ лотовъ? —

Учит. Чтобы узнать, сколько пудъ въ 57 фунтахъ, надобно число 57 разложить на два другія, изъ которыхъ въ одномъ было бы 40. Сколько будетъ въ другомъ? —

Учен. 17.

Учит. Поэтому 57 фунтовъ все равно, что 1 пудъ и 17 фунтовъ. — Сколько пудъ въ 73 фунтахъ?

Учен. 1 пудъ и еще 33 фунта.

Учит. Какъ вы это узнали?

Учен. Я разложилъ число 73 на два, 40 и 33 ф; но 40 ф. все тоже, что 1 пудъ; поэтому въ 73 фунтахъ заключается 1 п. и 33 ф.

При этихъ вопросахъ надобно имѣть предосторожность не переходить чрезъ такія числа мѐньшей мѣры, которыя два и болѣе разъ содержатъ въ себѣ бóльшую, съ нимъ ближайшую; потому что это относится уже къ дѣленію.

Учит. Въ *одномъ* пудѣ и 27 фунтахъ сколько всего фунтовъ? —

Учен. 67 фунт.; потому что и проч.

Учит. Сколько получится пудъ и фунтовъ, если къ 48 фунт. прибавить еще 13 фунтовъ?

Учен. 1 п. 21 ф.; потому что 48 и 13 составляютъ 61; 61 = 40 + 21.

Учит. Изъ 1 фунта и 15 лотовъ чаю истрачено 29 лотовъ. Сколько остается? —

Учен. 18; потому что 1 ф. составляетъ 32 лота; 32 + 15 = 47; 47 = 30 + 17; 29 = 20 + 9; 17 — 9 = 8, 30 — 20 = 10; 10 + 8 = 18.

Учит. А. купилъ 3 ф. 19 лотовъ сахару, а В. 5 ф. 11 лот. — Сколько вмѣстѣ они купили?

Учен. 8 ф. 30 лот.; потому что 19 лот. + 11 лот. = 30 л.; 3 ф. + 5 ф. = 8 ф.

Учит. 11 пудъ 28 фунт. говядины + 15 п. 33 ф. говядины = ? —

Учен. 27 пудъ 21 ф. говядины; 11 пудъ + 15 п. = 26 п.; 28 ф. + 33 ф. = 61 ф.; 61 ф. = 40 ф. + 21 ф. = 1 п. + 21 ф.; 26 п. + 1 п. + 21 ф. = 27 п. 21 ф.

Изъ 17 пудъ 12 ф. льну, привезеннаго крестьяниномъ на рынокъ, онъ распродалъ 9 п. 28 ф. — Сколько у него осталось непроданнаго? и проч. и проч.

2. *Мѣры времени.*

Дайте понять ученикамъ, что такое сутки, часъ, недѣля, мѣсяцъ, годъ, минута и секунда. Покажите также имъ часы, карманныя, стѣнныя, и научите употреблять ихъ. Песочныя часы, по простотѣ своей, всего ближе къ дѣтскимъ понятіямъ. Потòмъ произведите надъ этими мѣрами тѣ же упражненія, какія вы дѣлали надъ мѣрами вѣса. Числа общеупотребительныхъ мѣръ проще и яснѣе всего научаютъ дѣтей различать достоинство разнаго рода единицъ, къ чему они обыкновенно привыкаютъ медленно, подразумѣвая всегда подъ единицами одинакія и совершенно равныя величины.

1 день	имѣетъ	24	часа;
1 недѣля	—	7	дней;
1 мѣсяцъ	—	4	недѣли;
1 мѣсяцъ	—	30	дней;
1 годъ	—	12	мѣсяцевъ;
1 годъ	—	52	недѣли;
1 часъ	—	60	минутъ;
1 минута	—	60	секундъ.

Учит. Все ли равно, что 1 мѣсяцъ, 1 недѣля или 1 день?

Учен. Нѣтъ! 1 мѣсяцъ имѣетъ 4 недѣли, а 1 недѣля 7 дней.

2 недѣли = 7 дн. + 7 дн. = 14 днямъ.

2 недѣли + 2 нед. = 4 нед. = 1 мѣсяцу.

6 мѣсяц. + 6 мѣс. = 12 мѣс. = 1 году. и т. д.

Гнѣздо мѣръ, употребляемыхъ для измѣренія сыпучихъ матеріяловъ, какъ то: ржи, муки, овса, гороху, картофелю и проч. должно быть также показано дѣтямъ. При этомъ случаѣ имъ объясняются:

3. *Мѣры емкости.*

1 четверть или куль = 8 четверикамъ.

1 четверикъ = 4 четверткамъ.

1 четверикъ = 8 гарнцамъ.

Такимъ же образомъ учитель проходитъ:

4. *Мѣры бумаги.*

1 стопа	имѣетъ	20	дестей.
1 десть	—	24	листа.

5. *Мѣры денегъ.*

1 рубль	имѣетъ	10	гривенъ.
1 —	—	20	пятаковъ.
1 —	—	50	грошей.
1 —	—	100	копѣекъ.

1 гривна	—	10	копѣекъ.
1 пятакъ	—	5	копѣекъ.
1 грошъ	—	2	копѣйки.
1 копѣйка	—	2	деньги.
1 деньга	—	2	полушки.

6. *Мѣры длины.*

1 сажень	имѣетъ	3	аршина.
1 —	—	7	футовъ.
1 аршинъ	—	4	четверти.
1 —	—	16	вершковъ.
1 футъ	—	12	дюймовъ.

Дополнительныя мѣры будутъ показаны въ слѣдующей Степени.

На всѣ мѣры учитель составляетъ задачи, не выходя однако жъ изъ предѣловъ этой Степени.

№ 20. ОДИННАДЦАТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Умноженіе чиселъ, которыхъ произведенія не превышаютъ числа 100.

Посредствомъ вообще *умноженія* познаемъ, какимъ образомъ одно число сотавляется изъ другаго; посредствомъ же умноженія цѣлыхъ чиселъ узнаемъ, сколько получится единицъ, когда одно изъ двухъ данныхъ чиселъ возьмемъ столько разъ, сколько находится единицъ въ другомъ. Предлежащее упражненіе собственно состоитъ во всестороннемъ изученіи *таблицы умноженія.* Его мы раздѣлимъ на 2 отдѣла: 1) умноженіе натуральныхъ чиселъ на натуральныя и 2) умноженіе сложныхъ чиселъ на натуральныя.

И здѣсь, какъ при сложеніи и вычитаніи, съ величайшею пользою можетъ служить таблица № 1.

I. *Умноженіе натуральныхъ чиселъ на натуральныя. Изустное исчисленіе.*

У. (показывая на второй горизонтальный рядъ). При сложеніи мы поступали такъ: одинъ разъ 2 и одинъ разъ 2 составляютъ 4; 2 + 2 + 2 составляютъ 6; 2 + 2 + 2 + 2 = 8 и т. д. Теперь будемъ дѣйствовать короче. Здѣсь (указывая на двѣ первыя клѣтки) *одинъ разъ* 2 и еще *одинъ разъ* 2, или 2 *раза* два или *дважды* 2 или 4; — тутъ (указывая на первыя двѣ клѣтки третьяго ряда) *одинъ разъ* 3 и еще *одинъ разъ* 3 или *дважды* 3 или 6 и т. д.

Такимъ же образомъ учитель проходитъ по таблицѣ слѣдующіе ряды:

a) *Гдѣ каждое натуральное число удвояется.*

II = I × II = II (2)

II + II = 2 × II = IIII (4)

III + III = 2 × III = IIIIII (6)

IIII + IIII = 2 × IIII = IIIIIIII (8)

IIIII + IIIII = 2 × IIIII = IIIIIIIIII (10)

IIIIII + IIIIII = 2 × IIIIII = IIIIIIIIIIII (12)

IIIIIII + IIIIIII = 2 × IIIIIII = IIIIIIIIIIIIII (14)

и т. д. до 20.

Когда будетъ пройденъ весь рядъ, тогда можно дѣлать частные вопросы; напримѣръ: сколько составляетъ дважды 5? — 2 × 9? и проч.

b) *Гдѣ каждое натуральное число утроено.*

I + I + I = 3 × I = III (3)

II + II + II = 3 × II = IIIIII (6)

III + III + III = 3 × III = IIIIIIIII (9)

IIII + IIII + IIII = 3 × IIII = IIIIIIIIIIII (12)

IIIII + IIIII + IIIII = 3 × IIIII = IIIIIIIIIIIIIII (15)

и т. д.

За этимъ каждое натуральное число берется сперва четыре, потомъ пять, шесть разъ и т. д. Всѣ эти ряды вмѣстѣ и составятъ таблицу умноженія, которая названа Пиѳагоровою по имени ея изобрѣтателя.

Вотъ вопросы, которые покажутъ, какъ долженъ дѣйствовать учитель при этомъ случаѣ.

Чему равно 2 плюсъ 2? — (4).

Чему равно 3 + 3? —

Сколько составятъ 4 + 4 (5 + 5, 6 + 6, 7 + 7 и т. д.)?

Какія числа вы теперь складывали? — (одинакія).

И по скольку равныхъ чиселъ каждый разъ. складывали? — (по два).

Если я говорю *одинъ разъ два,* то сколько разъ называю это число?

Какъ могу еще сказать вмѣсто *дважды одинъ?*— (два раза одинъ).

Какъ иначе я могу выразить числа: 2 + 2, 3 + 3, 4 + 4 и т д. — (2 жды 2, 3 жды 3 и т. д.).

Сколько составляетъ 2 + 2? — (4). А $2 \times 2 =$? Поэтому 2 + 2 все равно что? — (2×2). — Чему равно 3 + 3? — (6). Но чему равно 2×3? (также 6) Сколько единицъ въ дважды 4, 2×5, 2×6? —

Когда сообщенные дѣтямъ ряды достаточно развиты посредствомъ отдѣльныхъ вопросовъ, тогда надобно стараться, чтобы ученики могли ихъ хорошо вытвердить наизустъ. Для этого пусть каждый изъ нихъ пишетъ эти самые ряды на своей доскѣ цифрами, и написанное прочитываетъ по нѣскольку разъ.

Зная употребленіе знаковъ, ученики будутъ писать такъ:

I.	$2 \times 1 = 2$,	$3 \times 1 = 3$,	$4 \times 1 = 4$,
	$2 \times 2 = 4$,	$3 \times 2 = 6$,	$4 \times 2 = 8$,
	$2 \times 3 = 6$,	$3 \times 3 = 9$,	и т. д.
	$2 \times 4 = 8$,	$3 \times 4 = 12$,	
	$2 \times 5 = 10$,	$3 \times 5 = 15$,	
	$2 \times 6 = 12$,	$3 \times 6 = 18$,	
	$2 \times 7 = 14$,	$3 \times 7 = 21$,	
	$2 \times 8 = 16$,	$3 \times 8 = 24$,	
	$2 \times 9 = 18$,	$3 \times 9 = 27$,	
	$2 \times 10 = 20$.	$3 \times 10 = 30$.	

Теперь, слѣдуя тому же постепенному ходу дѣйствія, при помощи таблицы № 1, научите дѣтей въ обратномъ видѣ составлять эти ряды. Вотъ такъ:

II.	$1 \times 2 = 2$,	$1 \times 3 = 3$,	$1 \times 4 = 4$,
	$2 \times 2 = 4$,	$2 \times 3 = 6$,	$2 \times 4 = 8$,
	$3 \times 2 = 6$,	$3 \times 3 = 9$,	и т. д.
	$4 \times 2 = 8$,	$4 \times 3 = 12$,	
	$5 \times 2 = 10$,	$5 \times 3 = 15$,	
	$6 \times 2 = 12$,	$6 \times 3 = 18$,	
	$7 \times 2 = 14$,	$7 \times 3 = 21$,	
	$8 \times 2 = 16$,	$8 \times 3 = 24$,	
	$9 \times 2 = 18$,	$9 \times 3 = 27$,	
	$10 \times 2 = 20$.	$10 \times 3 = 30$.	

Таблица № 1 доставляетъ также прекрасное средство спрашивать и вразбивку. Вообще надъ этою таблицею учитель обязанъ сколько возможно долѣе остановиться, пока не примѣтитъ, что дѣти будутъ отвѣчать быстро и свободно.

Учитель непремѣнно долженъ перебрать учениковъ поодиначкѣ, и на слабыхъ обратить особое свое вниманіе.

Чрезъ соединеніе рядовъ I и II получаемъ упрощенную таблицу умноженія. Дѣйствительно, если въ каждомъ изъ слѣдующихъ рядовъ

III. III. III. III.
IIII. IIII. IIII.

сочтемъ единицы, то получимъ одинакія суммы. Въ первомъ ряду находится 4×3, а во второмъ 3×4, но $4 \times 3 = 12$ и $3 \times 4 = 12$. Поэтому кто знаетъ, сколько составляетъ 4×3, тотъ знаетъ и на оборотъ, сколько единицъ въ 3×4. — Это замѣчаніе ведетъ къ правилу: *произведеніе двухъ чиселъ остается непремѣннымъ, не смотря на ихъ перемѣщеніе.*

Если дѣти вникнули въ это правило, то сокращенная таблица умноженія, которую теперь напишемъ, будетъ для нихъ понятна.

2×2;
2×3; 3×3;
2×4; 3×4; 4×4;
2×5; 3×5; 4×5; 5×5;
2×6; 3×6; 4×6; 5×6; 6×6;
2×7; 3×7; 4×7; 5×7; 6×7; 7×7;
2×8; 3×8; 4×8; 5×8; 6×8; 7×8; 8×8;
2×9; 3×9; 4×9; 5×9; 6×9; 7×9; 8×9; 9×9;
2×10; 3×10; 4×10; 5×10; 6×10; 7×10; 8×10; 9×10; 10×10.

II. *Умноженіе сложныхъ чиселъ на натуральныя.*

Здѣсь нѣсколько мы стѣснены, потому что произведенія не могутъ превышать числа 100.

Вотъ какіе ряды сюда относятся:

2×10; 2×11; 2×12; 2×13; 2×14; 2×15; до $2\times 50 = 100$.

3×10; 3×11; 3×12; 3×13; 3×14; 3×15; до $3\times 33 = 99$.

4×10; 4×11; 4×12;.................................
до $4 \times 25 = 100$;
5×10; 5×11; 5×12;.................................
до $5 \times 20 = 100$;
6×10; 6×11; 6×12; 6×13; 6×14; 6×15; 6×16;
7×10; 7×11; 7×12; 7×13; 7×14;
8×10; 8×11; 8×12;
9×10; 9×11;
10×10;

Дѣти могутъ составлять эти ряды вмѣстѣ съ рѣшеніями, помощію вопросовъ учителя. Напр.
$2 \times 11 = 22$; потому что $11 = 10 + 1$; $2 \times 10 = 20$; $2 \times 1 = 2$; $20 + 2 = 22$.
$5 \times 13 = 65$; потому что $13 = 10 + 3$; $5 \times 10 = 50$; $5 \times 3 = 15$; $50 + 15 = 65$.

Не столько должно обращать вниманія на то, какъ рѣшили дѣти предложенную задачу, сколько на точность и скорость рѣшенія.

Приложенія. Если каждый разъ издерживать по одному рублю, то сколько денегъ будетъ издержано во всю недѣлю? — 7.

Нѣкоторое дѣло совершено мною въ 1 день. Если бъ за нимъ я работалъ въ пять разъ лѣнивѣе, то во сколько бы дней скончилъ его? — 5.

3×2 сколько разъ составляютъ 1? — 6.

Петръ ежедневно получаетъ по 2 руб.; сколько онъ получитъ въ 5 дней? — 10.

Шесть паръ голубей сколько имѣютъ ногъ? — 12.

Идетъ взводъ солдатъ, который состоитъ изъ 9 рядовъ, въ каждомъ по 3 человѣка. Сколько всего солдатъ въ этомъ взводѣ? — 27.

Четверымъ мальчикамъ розданы пряники, каждому досталось по 3. — Много ли всего роздано пряниковъ? — 12.

Андрей заплатилъ въ три срока свои долги, въ каждый срокъ по 3 руб. Сколько было на немъ долгу? — 9.

Если 1 работникъ получилъ 3 руб., то сколько получили семеро работниковъ? — 21.

Куплено 6 паръ перчатокъ, и за каждую пару заплачено по 3 руб. — Сколько стоятъ перчатки? — 18.

Одинъ фунтъ имѣетъ 4 четверти; сколько *четвертей* въ *девяти* фунтахъ? — 36.

Рѣшеніе. Девять фунтовъ имѣютъ 36 четвертей; потому что 1 ф. имѣетъ 4 четверти, 9 ф. имѣютъ 9×4 или 36.

Если каждый день издерживать по 4 гривны, то сколько будетъ издержано въ 8 дней? — 32.

Все ли равно, что *четыре раза пять* или *пять разъ четыре*? —

Куплено 6 аршинъ сукна, и за каждый аршинъ заплачено 8 руб. Сколько заплачено за сукно? — 48.

Какъ доказать, что 8×8 составляютъ 64? —

Рѣшеніе. Восемь состоитъ изъ 4 и 4; поэтому 8×8 все тоже, что 8×4 и еще 8×4; $8 \times 4 = 32$. И такъ, 8×8 все равно, что $32 + 32$ или 64.

Можно ли рѣшить это другимъ образомъ? — Можно ли число 8 разложить на двѣ неравныя части? Какъ вы объ этомъ думаете, милыя дѣти? —

Мать *вчетверо* старѣе сына, а сыну 8 лѣтъ. Сколько лѣтъ матери? — 32.

Большая морская черепаха, отъ головы своей до кончика хвоста, имѣетъ иногда до 7 футовъ длины. Если поставить въ одну линію 8 такихъ черепахъ, то сколько всѣ онѣ займутъ мѣста? — 56 ф.

У паука 8 глазъ; сколько глазъ у 7 пауковъ? 56.

Паукъ имѣетъ въ тѣлѣ своемъ 6 маленькихъ железъ, изъ которыхъ прядя, выпускаетъ самыя тонкія нити. Сколько такихъ железъ у 9 пауковъ? — 54.

№ 21. ДВѢНАДЦАТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Соединеніе умноженія съ сложеніемъ и вычитаніемъ.

И здѣсь должно поступать двояко, съ помощію рядовъ и отдѣльныхъ задачъ.

Вотъ примѣры.

1) $2\times2+1$; $2\times2+2$; $2\times2+3$; $2\times2+4$; .... $2\times2+10=14$.
$3\times2+1$; $3\times2+2$; $3\times2+3$; $3\times2+4$; .... $3\times2+10=16$.

и т. д.

до $10\times2+1$; $10\times2+2$; $10\times2+3$; $10\times2+4$ .. $10\times2+10=30$.
2) $3\times3+1$; $3\times3+2$; $3\times3+3$; $3\times3+4$; .. $3\times3+10=19$.
$4\times3+1$; $4\times3+2$; $4\times3+3$; $4\times3+4$; .. $4\times3+10=22$.

и т. д.

до $10\times3+1$; $10\times3+2$; $10\times3+3$; $10\times3+4$... $10\times3+10=40$.

и проч. и проч.

Или:

3) $10\times2-1$; $10\times2-2$; $10\times2-3$; $10\times2-4$;... $10\times2-20=0$.
$9\times2-1$; $9\times2-2$; $9\times2-3$; $9\times2-4$;... $9\times2-18=0$.

и т. д

Или:

4) $2\times2+2\times2$; $2\times2+2\times3$; $2\times2+2\times4$; ... $2\times2+2\times10=24$.

и т. д.

5) $10\times2-2\times2$; $9\times2-2\times2$; $8\times2-2\times2$; ... $2\times2-2\times2=0$.

Можно чрезвычайно разнообразить эти ряды. Мы не считаемъ за нужное продолжать ихъ, потому что смѣтливый учитель, убѣдясь въ ихъ пользѣ на опытѣ, всегда легко самъ составитъ ихъ. Вотъ нѣсколько примѣненій въ задачахъ.

У меня было въ карманѣ 3×2 гривны; изъ этихъ денегъ я издержалъ 2×2 гр. Много ли гривенъ у меня остается? — 2.

Александръ въ первый разъ купилъ 3 листа бумаги, и за каждый листъ платилъ по 4 копѣйки; во второй разъ 5 листовъ, заплативъ за каждый по 5 копѣекъ. Сколько всего онъ истратилъ на бумагу? — 37.

Куплено два куска матеріи, въ одномъ 9 аршинъ, а въ другомъ 7 арш.; каждый арш. перваго стóитъ 4 руб., и каждый арш. втораго 3 руб. Что стóятъ оба куска? — 57.

Четыре раза три безъ *трехъ разъ два*, сколько разъ одинъ? — 6.

Ванѣ подарено 6 × 6 листовъ бумаги, а Петѣ 4 × 4 Много ли подарено обоимъ, и сколькими листами Ванѣ подарено болѣе, нежели Петру? — 52, 20.

У меня всего 13 руб.; но чтобъ я могъ купить ту вещь, въ которой теперь нуждаюсь, надобно къ моимъ деньгамъ прибавить столько разъ по 4 руб., сколько у каждаго человѣка бываетъ пальцевъ на обѣихъ рукахъ. Что же стóитъ эта вещь? — 53.

Въ первый день издержано 9 руб., во второй 4 × 6 руб., а въ третій 5 × 5 руб. Сколько издержано во всѣ три дня? — 58.

7 × 6 чѣмъ болѣе 5 × 5 и чѣмъ менѣе 9 × 6? — 17, 12.

Сколько должно заплатить булочнику за 5 осьмикопѣечныхъ булокъ и 4 гривенныхъ хлѣба? — 80.

Если къ моимъ деньгамъ прибавить еще 3 × 3 руб., то у меня будетъ 9 × 9 руб. Много ли у меня денегъ? — 72.

Въ одной школѣ два класса. Въ одномъ 5 скамеекъ и на каждой сидитъ по 7 учениковъ, а въ другомъ 9 скамеекъ, и на каждой по 6 учениковъ. Сколько всего учениковъ въ этой школѣ? — 89.

За прочтеніемъ нѣкоторой книги я просидѣлъ ровно двѣ недѣли. Въ каждый день первой недѣли я прочитывалъ по 5 стр., а въ каждый день второй недѣли по 7 стр. Сколько въ этой книгѣ страницъ? — 84.

Если пудъ сѣна стóитъ 4 гривны, а четверикъ овса 7 гр., то что стóятъ 9 пудъ сѣна и 6 четвериковъ овса? — 78.

1 × 7 + 2 × 7 + 3 × 7 + 4 × 7 сколько разъ? — 70.

Сыну 6 лѣтъ, мать старѣе его *вчетверо*, а отецъ *всемеро*. Сколько лѣтъ вмѣстѣ отцу, матери и сыну? — 72.

Въ одной комнатѣ 5 оконъ, а въ другой 3; въ каждомъ окнѣ по 8 стеколъ. Сколько всего стеколъ въ обѣихъ комнатахъ? — 64.

Числа мѣръ длины, вѣса и проч. также даютъ возможность разнообразить примѣненія.

Теперь можно уже занимать дѣтей слѣдующими рядами:

a) 1 годъ имѣетъ		12 мѣс.		b) 1 недѣля имѣетъ		7 дней;	
2 —	— 2×12	—	24;	2 —	— 2×7	—	14;
3 —	— 3×12	—	36;	3 —	— 3×7	—	21;
4 —	— 4×12	—	48;	4 —	— 4×7	—	28;
5 —	— 5×12	—	60;		и т. д до		
6 —	— 6×12	—	72;				
до 8 —	— 8×12	—	96.	14 недѣль имѣютъ	14×7	—	98.

c) 1 куль имѣетъ 8 четвериковъ.

2 —	2×8	—	или 16	четверик.
3 —	3×8	—	— 24	—
4 —	4×8	—	— 32	—
5 —	5×8	—	— 40	—

и т. д до

12 кулей имѣютъ 12×8 четв. или 96 четв.

Можно также бо̀льшія мѣры обращать въ мѐньшія того же самаго рода.

Напр. Въ 5 годахъ и 11 мѣсяцахъ, сколько всего мѣсяцевъ? —

Рѣшеніе. 1 годъ имѣетъ 12 мѣсяцевъ; поэтому 5 лѣтъ имѣютъ 5×12 или 60 мѣсяцевъ; 60 м. + 11 м. = 71 мѣс.

Нѣкто просидѣлъ за одною работою 13 нед. 6 дней. Если каждый день ему платятъ по 1 руб., то сколько онъ долженъ получить за всю работу?

Рѣшеніе. За всю работу онъ долженъ получить столько рублей, сколько всего дней онъ проработалъ.

Но 1 нед. = 7 дн., 13 нед. = 13 × 7 = 91 дн.; 91 д. + 6 д. = 97 дн. Онъ долженъ получить 97 рублей.

Прежде нежели окончимъ этотъ №, укажемъ на циферное письмо.

И здѣсь, какъ въ сложеніи и вычитаніи, дѣйствуютъ двояко: или (a) ставятъ *сомножителей (факторовъ)* въ одинъ горизонтальный рядъ, раздѣляя ихъ между собою знакомъ: × или, за ними знакъ равенства, а потомъ произведеніе; или (b) пишутъ сомножителей съ произведеніемъ въ одинъ вертикальный рядъ, отдѣляя первыхъ отъ послѣдняго поперечною чертою.

(a) 5 × 7 = 35.

$$\text{(b)}\quad \begin{array}{r} 5 \\ \times 7 \\ \hline 35. \end{array}$$

Числа 5 и 7, которыя перемножаются между собою, именуютъ *сомножителями* или *факторами* (также первое называютъ *множимымъ*, второе *множителемъ*), а получаемое чрезъ умноженіе число — *произведеніемъ*.

№ 22. ТРИНАДЦАТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Дѣленіе чиселъ отъ **1** *до* **100.**

Какъ умноженіе можно назвать сокращеннымъ сложеніемъ одинакихъ чиселъ, такъ дѣленіе сокращеннымъ или послѣдовательнымъ вычитаніемъ. По-

этому всего естественнѣе, для объясненія дѣленія, обратиться къ вычитанію.

У. (показавъ сперва на 2-ю, а потомъ на 8 клѣтки перваго вертикальнаго ряда таблицы № 1).

Отнимите отъ 8 одинъ разъ два!

Д. Въ остаткѣ получается 6.

У. Отнимите еще разъ 2!

Д. Остается 4.

У. Еще разъ 2?

Д. Остается 2.

У. А еще разъ 2?

Д. Въ остаткѣ ничего нѣтъ.

У. Чтобы ничего не получить въ остаткѣ, сколько разъ 2 должно отнимать отъ 8?

Д. Четыре раза.

У. Почему?

Д. Потому что 4 $\times$ 2 составляетъ 8.

У. (показавъ на 3-ю и 9-ю клѣтки того же ряда).

Сколько разъ надобно отнимать по 3 отъ 9, чтобы въ остаткѣ вышелъ нуль?

Д. Три раза.

У. Покажите это!

Д. Отнявъ 1 разъ 3, получаемъ 6; еще разъ 3, получаемъ 3, а еще разъ, то ничего. Значитъ, что 3 можно отнимать отъ 9 три раза.

У. Вмѣсто того, чтобы сказать, что три можно отнимать отъ 9 три раза, обыкновенно говорятъ: 3 *въ* 9 *содержится* 3 *раза.*

Сколько разъ 2 содержится въ 8?

Д. 4 раза.

У. А 7 въ 14?

Д. 2 раза.

У. Почему?

Д. Потому что 7 можно отнимать отъ 14 два раза.

У. Можно ли 2 отнимать отъ 7 три раза?

Д. Можно.

У. Почему?

Д. Потому что 3×2 или 6 менѣе 7.

У. А можно ли это число вычитать изъ 7 четыре раза?

Д. Нѣтъ; потому что 4×2 или 8 болѣе 7.

У. Число 7 разлагается на $3 \times 2 + 1$; поэтому отъ 7 можно вычитать 3 раза 2 и еще единицу. Или, другими словами, 2 *содержится въ* 7 *три раза съ остаткомъ* 1.

У. Сколько разъ 4 можно отнимать отъ 15, или проще, сколько разъ 4 содержится въ 15?

Д. 3 раза съ остаткомъ 3.

У. Почему?

Д. Потому что $15 = 3 \times 4 + 3$.

У. Сколько разъ 5 содержится въ 23?

Д. 4 раза съ остаткомъ 3; потому что $23 = 4 \times 5 + 3$.

Такимъ образомъ проходитъ учитель по таблицѣ слѣдующіе ряды, которые въ то же время пишутся учениками на аспидныхъ доскахъ посредтвомъ цифръ.

a) 2 въ 2 содержится 1 разъ
2 — 3 — 1 — съ остаткомъ 1.
2 — 4 — 2 —
2 — 5 — 2 — — 1.

и т. д. до

2 въ 20 содержится 10 разъ.
b) 3 — 3 содержится 1 разъ.
3 — 4 — 1 — съ остаткомъ 1.
3 — 5 — 1 — — 2.
3 — 6 — 2 —
и т. д. до
3 въ 30 содержится 10 разъ.
c) 4 — 4 содержится 1 разъ.
4 — 5 — 1 — съ остаткомъ 1.
4 — 6 — 1 — — 2.
4 — 7 — 1 — — 3.
4 — 8 содержится 2 раза.
и т. д. до
4 въ 40 содержится 10 разъ.
Наконецъ до послѣдняго ряда.
10 въ 10 содержится 1 разъ.
10 — 11 — 1 — съ остаткомъ 1.
10 — 12 — 1 — — 2.
10 — 13 — 1 — — 3.
и т. д. до
10 въ 100 содержится 10 разъ.

Достаточно одинъ разъ прочесть эти ряды для усвоенія ихъ учениками. Но здѣсь, какъ и вездѣ, не должно слѣдовать однажды опредѣленному порядку, а также не надобно забывать примѣненій.

Ученики прочитываютъ эти ряды въ одинъ голосъ; но ихъ часто должно прерывать, заставляя того или другаго изъ нихъ продолжать чтеніе.

По прохожденіи этихъ рядовъ, учитель долженъ стараться, чтобы ученики поняли тожественность выраженій: »*содержится въ*« и »*раздѣлить на*.«

Узнать, сколько разъ одно число содержится въ другомъ, тоже значитъ, что найти, на сколько

послѣднее число можетъ быть раздѣлено одинакихъ частей, равныхъ первому.

У. Изъ какихъ двухъ одинакихъ чиселъ состоитъ число 4? —

Д. Изъ 2 и 2.

У. а 8?

Д. Изъ 4 и 4.

У. Изъ какихъ трехъ равныхъ чиселъ состоитъ число. 18? —

Д. $18 = 6 + 6 + 6$.

У. Число 4 раздѣлить на 2 равныя части значитъ найти, какое число должно отнять отъ 4-хъ два раза, чтобы получить въ остаткѣ нуль; число 18 раздѣлить на три части значитъ найти, какое число надобно отнять отъ 18 три раза, чтобы ничего не вышло въ остаткѣ; и проч. и проч. И такъ 9 *раздѣлить на* 3 *все тоже, что узнать, сколько разъ* 3 *содержится въ* 9.

По сколько придется на каждаго изъ трехъ мальчиковъ, если между ними раздѣлить поравно 21 вишню?

Сколько разъ 8 содержится въ 24?

Если 24 раздѣлить на 3, то что получится?

У. Узнайте, сколько паръ въ 7 голубяхъ? —

Д. Въ 7 голубяхъ три пары и еще одинъ голубь.

У. Почему?

Д. Потому что $7 = 3 \times 2 + 1$.

У. Сколько надобно голубей, чтобы вышло 4

Д. 8; потому что $4 \times 2 = 8$.

У. И такъ 7 голубей составляютъ болѣе трехъ паръ, но менѣе 4-хъ. Одинъ голубь какую часть составляетъ отъ пары?

Д. Половину.

У. Поэтому въ 7 голубяхъ 3 пары и еще половина пары.

У. Сколько троекъ можно составить изъ 19 лошадей?

Д. 6 троекъ и еще одна лошадь останется.

У. Почему?

Д. Потому что $19 = 6 \times 3 + 1$.

Эти примѣры показываютъ важность осьмаго упражненія Второй Степени (См. № 17).

У. Сколько надобно лошадей, чтобы вышло ровно 7 троекъ?

Д. Еще двѣ лошади; потому что $21 = 7 \times 3$.

У. Эта одна остающаяся лошадь какую часть составляетъ отъ тройки?

Д. Третью часть.

У. Почему?

Д. Потому что въ тройкѣ 3 лошади, а 1 отъ 3 составляетъ одну треть.

У. И такъ если 19 лошадей раздѣлить на тройки, то получится всего 6 троекъ цѣлыхъ и одна треть седьмой тройки.

У. Сколько выйдетъ, если 20 раздѣлить на три равныя части?

Д. 6 и еще 2 въ остаткѣ.

У. Какую часть 2 составляютъ отъ 3-хъ?

Д. Двѣ трети.

У. Почему?

Д. Потому что 1 есть третья часть отъ трехъ, а 2 единицы есть 2 раза третья часть, или 2 трети.

У. Поэтому если 20 раздѣлить на три равныя части, то на каждую придется по 6 и еще по двѣ трети. Узнайте, точно ли такъ придется!

Д. Если на каждую часть приходится по 6 и двѣ трети, то на три втрое болѣе; 3 раза 6 составляетъ 18, а три раза двѣ трети, 6 третей; 6 третей все тоже, что 2 цѣлыхъ; $18 + 2 = 20$.

Развивъ такимъ образомъ нѣсколько примѣровъ, слѣдующіе ряды не могутъ быть трудны для дѣтей. Но для цифернаго письма ученики прежде должны познакомиться съ выраженіями: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, и проч. Учитель замѣчаетъ имъ, что такъ-какъ половина происходитъ отъ раздѣленія единицы на 2 равныя части, то всего удобнѣе представить её въ цифрахъ такъ: $\frac{1}{2}$, т. е. сперва написать 1, потомъ провести подъ нею черточку, которая будетъ означать слова: *раздѣленная на*, и подъ этою черточкою написать цифру 2, и т. д. Кромѣ этого знака дѣленія, употребляемаго болѣе при выраженіи частей единицы, можно ознакомить дѣтей и съ другимъ, а именно съ *двоеточіемъ* (:).

a)	b)	c)
$2 : 2 = 1$	$3 : 3 = 1$	$4 : 4 = 1$
$3 : 2 = 1\frac{1}{2}$	$4 : 3 = 1\frac{1}{3}$	$5 : 4 = 1\frac{1}{4}$
$4 : 2 = 2$	$5 : 3 = 1\frac{2}{3}$	$6 : 4 = 1\frac{2}{4}$
$5 : 2 = 2\frac{1}{2}$	$6 : 3 = 2$	$7 : 4 = 1\frac{3}{4}$
$6 : 2 = 3$	$7 : 3 = 2\frac{1}{3}$	$8 : 4 = 2$
и т. д. до	и т. д. до	и т. д. до
$20 : 2 = 10.$	$30 : 3 = 10.$	$40 : 4 = 10.$

d)	e)	f)
$5 : 5 = 1$	$6 : 6 = 1$	$7 : 7 = 1$
$6 : 5 = 1\frac{1}{5}$	$7 : 6 = 1\frac{1}{6}$	$8 : 7 = 1\frac{1}{7}$
$7 : 5 = 1\frac{2}{5}$	$8 : 6 = 1\frac{2}{6}$	$9 : 7 = 1\frac{2}{7}$
$8 : 5 = 1\frac{3}{5}$	$9 : 6 = 1\frac{3}{6}$	$10 : 7 = 1\frac{3}{7}$
$9 : 5 = 1\frac{4}{5}$	$10 : 6 = 1\frac{4}{6}$	$11 : 7 = 1\frac{4}{7}$
$10 : 5 = 2$	$11 : 6 = 1\frac{5}{6}$	
и т. д. до.	и т. д. до.	и т. д. до
$50 : 5 = 10.$	$60 : 6 = 10.$	$70 : 7 = 10.$

g)	h)	i)
$8 : 8 = 1$	$9 : 9 = 1$	$10 : 10 = 1$
$9 : 8 = 1\frac{1}{8}$	$10 : 9 = 1\frac{1}{9}$	$11 : 10 = 1\frac{1}{10}$
$10 : 8 = 1\frac{2}{8}$	$11 : 9 = 1\frac{2}{9}$	$12 : 10 = 1\frac{2}{10}$
$11 : 8 = 1\frac{3}{8}$	$12 : 9 = 1\frac{3}{9}$	$13 : 10 = 1\frac{3}{10}$
		$14 : 10 = 1\frac{4}{10}$
и т. д. до	и т. д. до	и т. д. до
$80 : 8 = 10.$	$90 : 9 = 10.$	$100 : 10 = 10.$

Для надлежащаго усвоенія учениками первыхъ началъ дѣленія, совѣтуемъ учителю основательнѣе пройти слѣдующее упражненіе, гдѣ дѣленіе представлено въ разныхъ измѣненіяхъ и въ строгой постепенности.

№ 23. ЧЕТЫРНАДЦАТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Разсматриваніе всякаго меньшаго числа, какъ какой-либо части отъ большаго.

Ученики уже имѣютъ понятіе о частяхъ единицы (См. № 6), о взаимномъ отношеніи этихъ частей и проч.; теперь объяснимъ, какимъ образомъ на каждое число можно смотрѣть какъ на часть или части другаго числа. Сперва покажемъ ходъ дѣйствія по таблицѣ № 1.

Все, что учитель дѣлаетъ по этой таблицѣ, ученики должны писать на доскѣ цифрами.

I. *Половины* ($\frac{1}{2}$)

I есть половина отъ 2 × I или II

II — — — 2 × II — IIII

III — — — 2 × III—IIIIII

и т. д. до

IIIIIIIIII есть половина

отъ 2 × IIIIIIIIII

или IIIIIIIIIIIIIIIIIIII

Ученики пишутъ:

$1 = \frac{1}{2}$ отъ 2×1 или 2
$2 = \frac{1}{2}$ — 2×2 — 4
$3 = \frac{1}{2}$ — 2×3 — 6
$4 = \frac{1}{2}$ — 2×4 — 8

и т. д.

$10 = \frac{1}{2}$ отъ 2×10 или 20.

II. *Трети* ($\frac{1}{3}$).

$1 = \frac{1}{3}$ отъ 3×1 или 3
$2 = \frac{1}{3}$ — 3×2 — 6
$3 = \frac{1}{3}$ — 3×3 — 9

и т. д.

IV. *Пятыя.* ($\frac{1}{5}$)

$1 = \frac{1}{5}$ отъ 5×1 или 5
$2 = \frac{1}{5}$ — 5×2 — 10
$3 = \frac{1}{5}$ — 5×3 — 15

и т. д.

VI. *Седьмыя* ($\frac{1}{7}$)

$1 = \frac{1}{7}$ отъ 7×1 или 7
$2 = \frac{1}{7}$ — 7×2 — 14
$3 = \frac{1}{7}$ — 7×3 — 21

и т. д.

VIII. *Девятыя* ($\frac{1}{9}$)

$1 = \frac{1}{9}$ отъ 9×1 или 9
$2 = \frac{1}{9}$ — 9×2 — 18
$3 = \frac{1}{9}$ — 9×3 — 27

и т. д.

III. *Четверти.* ($\frac{1}{4}$).

$1 = \frac{1}{4}$ отъ 4×1 или 4
$2 = \frac{1}{4}$ — 4×2 — 8
$3 = \frac{1}{4}$ — 4×3 — 12.

и. т. д.

V. *Шестыя.* ($\frac{1}{6}$)

$1 = \frac{1}{6}$ отъ 6×1 или 6
$2 = \frac{1}{6}$ — 6×2 — 12
$2 = \frac{1}{6}$ — 6×3 — 18

и т. д.

VII. *Осьмыя.* ($\frac{1}{8}$)

$1 = \frac{1}{8}$ отъ 8×1 или 8
$2 = \frac{1}{8}$ — 8×2 — 16
$3 = \frac{1}{8}$ — 8×3 — 24

и т. д.

IX. *Десятыя* ($\frac{1}{10}$)

$1 = \frac{1}{10}$ отъ 10×1 или 10
$2 = \frac{1}{10}$ — 10×2 — 20
$3 = \frac{1}{10}$ — 10×3 — 30

и. т. д.

Примѣръ. Отъ какого числа 4 составляетъ пятую часть?

Отв. Отъ 20; потому что, положивъ $4 = \frac{1}{5}$ неизвѣстнаго числа, цѣлое число должно состоять изъ 5 частей, изъ которыхъ каждая равна 4, то есть, 5×4 или 20.

Воп. Отъ какого числа 8 есть *треть?*

Отв. Отъ 24. Если $\frac{1}{3}$ равна 8, то цѣлое или $\frac{3}{3}$ въ три раза болѣе, или 24.

Теперь станемъ опредѣлять какую часть одно и то же число, напр. 1 (также 2, 3, 4, 5 и пр.) составляетъ отъ всякаго другаго числа.

Вотъ ряды:

I. *Единица.*	II. *Двѣ единицы.*	III. *Три.*
$1 = \frac{1}{2}$ отъ 2	$2 = \frac{1}{2}$ отъ 4	$3 = \frac{1}{2}$ отъ 6
$1 = \frac{1}{3}$ — 3	$2 = \frac{1}{3}$ — 6	$3 = \frac{1}{3}$ — 9
$1 = \frac{1}{4}$ — 4	$2 = \frac{1}{4}$ — 8	$3 = \frac{1}{4}$ — 12.
и т. д.	и т. д.	и т. д.
IV. *Четыре.*	V. *Пять.*	VI. *Шесть.*
$4 = \frac{1}{4}$ отъ 4	$5 = \frac{1}{2}$ отъ 10.	$6 = \frac{1}{2}$ отъ 12
$4 = \frac{1}{3}$ — 12	$5 = \frac{1}{3}$ — 15	$6 = \frac{1}{3}$ — 18
$4 = \frac{1}{4}$ — 16	$5 = \frac{1}{4}$ — 20.	$6 = \frac{1}{4}$ — 24.
$4 = \frac{1}{5}$ — 20.		
и т. д.	и т. д.	и т. д.
VII. *Семь.*	VIII. *Восемь.*	IX. *Девять.*
$7 = \frac{1}{2}$ отъ 14	$8 = \frac{1}{2}$ отъ 16	$9 = \frac{1}{2}$ отъ 18
$7 = \frac{1}{3}$ — 21	$8 = \frac{1}{3}$ — 24	$9 = \frac{1}{3}$ — 27
$7 = \frac{1}{4}$ — 28	$8 = \frac{1}{4}$ — 32	$9 = \frac{1}{4}$ — 36
и т. д.	и т. д.	и т. д.
X. *Десять.*	XI. *Одиннадцать.*	
$10 = \frac{1}{2}$ отъ 20	$11 = \frac{1}{2}$ отъ 22	
$10 = \frac{1}{3}$ — 30	$11 = \frac{1}{3}$ — 33	
$10 = \frac{1}{4}$ — 40.	$11 = \frac{1}{4}$ — 44.	
и т. д.	и т. д.	

Сюда относятся слѣдующіе вопросы и задачи:

a) Сколько составляетъ единицъ половина отъ 2?
Сколько составляетъ единицъ половина отъ 2×2?
Чему равна половина отъ 2×6?

b) Сколько составляетъ 2×2?
Чему равна половина отъ 2×2 или 4?
Сколько же разъ надобно взять эту половину, чтобы получить снова 2×2 или 4?
Чему равна половина отъ 16?

Ученикъ размышляетъ такъ: если требуется отыскать одну половину отъ 16, то 16, какъ цѣлое число, должно быть раздѣлено на двѣ равныя части; это все тоже, что найти, какое число должно взять дважды, чтобы получить 16. Это число есть 8, потому что $2 \times 8 = 16$.

Для трети, четверти и проч. наблюдаются тѣ же вопросы.

Задача. Я задумалъ такое число, которое если раздѣлить на двѣ равныя части, то на каждую придется по 6. Какое это число?

Рѣшеніе Если половина искомаго числа составляетъ 6, то цѣлое $= 2 \times 6$ или 12.

Зад. Найдите такое число, которое если раздѣлить на 2 равныя части, то на каждую придется по 5!

Зад. Я задумалъ такое число, которое имѣетъ двѣ неравныя части; меньшая равна 1?

Зад. Сколько въ рабочей недѣлѣ дней, если 2 дня составляютъ третью часть рабочей недѣли?

Отв. Въ рабочей недѣлѣ 6 дней, потому что цѣлое имѣетъ *три трети*, и если на *одну треть* приходится два дня, то значитъ, что во всей надѣлѣ 3×2 или 6 дней.

Третья часть моихъ денегъ составляетъ 9 рублей. Сколько у меня денегъ?

Лѣта Саши составляютъ отъ лѣтъ Ивана *четвертую* часть. Сколько лѣтъ Ивану, когда Сашѣ 8 лѣтъ? —

Переходъ отъ одной части къ нѣсколькимъ частямъ искомаго числа.

Воп. Изъ моихъ денегъ я издержалъ *третью* часть; у меня осталось 8 рублей. Много ли я всего имѣлъ? —

Отв. Вы издержали *третью* часть; поэтому вы имѣли три такія части; двѣ части у васъ осталось, и онѣ составляютъ 8 рублей. Одна треть менѣе двухъ третей въ два раза; слѣдственно, если двѣ трети $=$ 8 руб., то $\frac{1}{3} = 4$ р.; то три части или всѣ ваши деньги $= 8 + 4 = 12$ р.

Изъ одного садка выловлено $\frac{2}{3}$ окуней; тамъ осталось 7. Сколько было всего въ садкѣ окуней? — 21.

Саша получилъ отъ маменьки своей 7 вишень, а Костя, какъ старшій братъ, 18 вишень; шестую часть своихъ вишень Костя отдалъ Сашѣ. Много ли стало вишень у Саши? — 10.

Петруша получилъ отъ своего учителя 12 листовъ бумаги, а Николя 9 листовъ. Если взять *половину* Петрушиной бумаги и *треть* Николиной и составить изъ нея тетрадку, то во сколько листовъ будетъ такая тетрадка? — 9.

Много ли составитъ сумма двухъ такихъ чиселъ, изъ которыхъ *третья* часть одного есть 9, а четвертая часть другаго восемь? — 59.

Найти такое число, которое составляетъ *шестую* часть отъ 7 сложенныхъ съ 11? — 3.

Одна мать купила три десятка вишень, старшему сыну дала 9 вишень, а прочія раздѣлила на троихъ младшихъ дѣтей по равной части. Сколько получилъ каждый изъ младшихъ? — 7.

Въ моемъ кошелькѣ было 40 руб. Оттуда въ первый

разъ я взялъ $\frac{1}{10}$ всего числа, потóмъ отъ остатка еще $\frac{1}{3}$. Сколько осталось въ кошелькѣ? — 24.

Еслибъ Володя былъ *вчетверо* старѣе и сверхъ того прожилъ бы еще 3 года, то ему было бы 39 лѣтъ. Сколько лѣтъ Володѣ? — 9.

У меня есть нѣсколько книгъ; но еслибъ у меня было еще столько, да еще столько, и кромѣ того 17 книгъ, то я имѣлъ бы всего 50 книгъ. Сколько я имѣю книгъ? — 11.

$\frac{3}{4}$ частей дести и еще 9 листовъ, сколько всего листовъ? — 27.

Иванъ былъ мнѣ долженъ 48 руб., Петръ 25 руб., а Алексѣй 24 руб. Отъ перваго я получилъ *половину*, отъ втораго *пятую долю*, а отъ третьяго одну *осьмую*. Сколько я получилъ отъ всѣхъ и сколько еще остается мнѣ получить? — 32, 65.

До-сихъ-поръ мы выбирали такія числа, которыя одни на другія дѣлятся безъ остатка; теперь станемъ упражняться по числамъ, которыя при дѣленіи даютъ остатки.

Половины.	*Трети.*
$\frac{1}{2}$ отъ $3 = \frac{3}{2}$ или $1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$ отъ $1 = \frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$ — $5 = \frac{5}{2}$ — $2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$ — $2 = \frac{2}{3}$
$\frac{1}{2}$ — $7 = \frac{7}{2}$ — $3\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$ — $3 = 1$
и т. д.	$\frac{1}{3}$ — $4 = 1\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{3}$ — $5 = 1\frac{2}{3}$
	и т. д.

По примѣру здѣсь показанныхъ рядовъ не трудно составить и прочіе.

По соединеніи всѣхъ различныхъ рядовъ, которые само собою представятся наблюдательному преподавателю, можно составить слѣдующую общую таблицу:

$\frac{1}{2}$ отъ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.......................
$\frac{1}{3}$ — 1, 2, 3, 4, 5.........................
$\frac{1}{4}$ — 1, 2, 3, 4, 5.........................
$\frac{1}{5}$ — 1, 2, 3, 4, 5.........................
$\frac{1}{6}$ — 1, 2, 3, 4, 5.........................
$\frac{1}{7}$ — 1, 2, 3, 4, 5......................... } до 100.
$\frac{1}{8}$ — 1, 2, 3, 4, 5.........................
$\frac{1}{9}$ — 1, 2, 3, 4, 5.........................
$\frac{1}{10}$ — 1, 2, 3, 4, 5.........................
$\frac{1}{11}$ — 1, 2, 3, 4, 5.........................
$\frac{1}{12}$ — 1, 2, 3, 4, 5.........................
и т. д.

Наконецъ учитель знакомитъ учениковъ съ обыкновенными техническими названіями, которыя встрѣчаются при дѣленіи, т. е. съ дѣлимымъ, дѣлителемъ и частнымъ. *Дѣлимымъ* называютъ число, которое требуется раздѣлить, а *дѣлителемъ* на которое дѣлятъ. *Частнымъ* же называется искомая часть, которую получаютъ чрезъ дѣленіе, т. е. число, показывающее сколько разъ дѣлитель содержится въ дѣлимомъ. Дѣлимое отъ дѣлителя отдѣляется знакомъ двоеточія (:), а дѣлитель отъ частнаго знакомъ равенства (=). Вотъ такъ:

20 : 4 = 5.

или еще такъ: дѣлим. 20 | 4 дѣлитель.
5 частное.

№ 24. ПЯТНАДЦАТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Повтореніе всего пройденнаго.

Учитель долженъ обратить вниманіе своихъ учениковъ на разныя формы вопросовъ и рѣшеній, какія присвоиваются каждымъ ариѳметическимъ дѣйствіемъ въ особенности.

Задачи и вопросы.

a. *На умноженіе.*

1. Что значитъ дважды, трижды, четырежды взятое какое-нибудь число?
2. Сколько единицъ составляютъ 4 раза дважды 1? А 8 шестериковъ?
3. Чему равно утроенное число 9 (7, 6, 11 23 и т. д.)?
4. Какое число въ 3 раза болѣе 8 (5, 10, 12 17 и т. д.)?
5. Какое произойдетъ число отъ умноженія 7(6, 4, 3, 2 и пр.) на 9 (5, 4, 2, 7 и пр.)? —
6. Найти два числа, которыя, будучи умножены одно на другое, равнялись бы произведенію 4×5?

b. *На дѣленіе.*

1. Что я получу, если раздѣлю 15 (20, 25, 30 и т. д.) на 5 равныхъ частей?
2. Чему равняется 7-я часть отъ 21 (35, 42, 49 и т. д.)?
3. Какое число въ 5 разъ менѣе 60?
4. Сколько разъ число 96 содержитъ въ себѣ 12?
5. Наименуйте число, которое составляетъ $\frac{1}{8}$ отъ 16 (24, 40, 56 и пр.)?
6. Что дастъ 36 дѣленное на 9?
7. Сколько разъ содержится 2 въ 12 (10, 14, 22, 30, и проч.)?

Здѣсь учитель сообщаетъ дѣтямъ слѣдующее правило: *Во всѣхъ произведеніяхъ содержится тѣ числа* (сомножители), *изъ которыхъ эти произведенія составлены.*

8. Сколько разъ число 4 можно отнимать отъ 36?
9. Какое число, будучи взято 7 разъ, даетъ 42?
10. Сколько разъ 9 содержится въ 25?
11. Найдите $\frac{1}{7}$ отъ 15 (23, 48, 69 и проч.)!
12. Можно ли число 43 раздѣлить на 6 такихъ частей, чтобы въ каждой было по 7 единицъ?

Если учитель пріищетъ еще нѣсколько новыхъ выраженій, которыя употребляются при умноженіи и дѣленіи, то вѣроятно не замедлитъ сообщить ихъ дѣтямъ.

Сложныя задачи.

a. *Умноженіе съ сложеніемъ.*

1) $5 \times 6 + 4 = ?$

2) $3 \times 4 + 2 \times 3 = ?$

3) $17 + 4 . 2 = ?$

4) $(5 + 3) 4 = ?$

b. *Умноженіе съ вычитаніемъ.*

1) $3 \times 9 - 5 = ?$

2) $8 \times 4 - 2 \times 3 = ?$

3) $73 - 4 \times 7 = ?$

c. *Умноженіе съ сложеніемъ и вычитаніемъ.*

1) 4×7 сложенное съ 9 и безъ 7 ед. $= ?$

2) $5 \times 4 + 3 \times 3 - 2 \times 5$?

3) 5 разъ взятая разность между 16 и 20, сложенная съ разностію между 6 и 12, безъ произведенія $(3 \times 3 + 1)$, сколько разъ содержитъ въ себѣ число 8? —

d. *Дѣленіе, умноженіе, вычитаніе и сложеніе.*

1) Къ шестой части 54 прибавьте 12 и отъ суммы отнимите число 19?

2) Изъ $\frac{1}{8}$. 72 отнимите 7 и потомъ къ остатку прибавьте 43!

3) $3 \times 6 + \frac{1}{5}$ отъ $35 = ?$

4) $7 \times 12 - \frac{1}{9} . 45 = ?$

e. *Составленіе сложныхъ частей.*

1. Что составитъ 6 разъ взятая половина отъ 8?

Если дѣти станутъ затрудняться при этихъ случаяхъ, то раздробите вопросъ на нѣсколько частей. Впрочемъ, если все предыдущее пройдено основательно, то нѣтъ никакого

сомнѣнія, что дѣти будутъ отвѣчать теперь и скоро и свободно.

1) Треть 27, взятая 7 разъ, сколько составляетъ единицъ?

2) $\frac{7}{8}$ отъ 16 сколько разъ 2?

Выраженіе $\frac{7}{8}$ отчасти ново для дѣтей, поэтому учитель не долженъ спѣшить впередъ, пока не увѣрится, что они ясно его понимаютъ. Вотъ нѣсколько подобныхъ случаевъ.

1. *Умножаютъ данную часть цѣлаго на натуральныя числа.*

$1 \times \frac{1}{2}$ отъ $2 = 1$;	$1 \times \frac{1}{2}$ отъ $4 = 2$;
$2 \times \frac{1}{2}$ — $2 = 2$;	$2 \times \frac{1}{2}$ — $4 = 4$;
$3 \times \frac{1}{2}$ — $2 = 3$;	$3 \times \frac{1}{2}$ — $4 = 6$;
и т. д.	и т. д.

Такимъ же образомъ помножаютъ $\frac{1}{2}$ на 6, 8, 10, 12 и пр.
— — — $\frac{1}{3}$ — 3, 9, 12, и пр.
— — — $\frac{1}{4}$ — 4, 8, 12, и пр.
— — — $\frac{1}{5}$ — 5, 10, 20 и пр.

и т. д.

2. *Дробныя числа берутъ нѣсколько разъ.*

Вмѣсто $7 \times \frac{1}{4}$ говорятъ $\frac{7}{4}$
$7 \times \frac{1}{8}$ — $\frac{7}{8}$
$9 \times \frac{1}{10}$ — $\frac{9}{10}$

3. *Слѣшиваютъ часть съ цѣлымъ, и берутъ ее нѣсколько разъ.*

$5 \times \frac{1}{2}$ отъ $2 = 5 \times 1 = 5$
$5 \times \frac{1}{2}$ — $4 = 5 \times 2 = 10$
$5 \times \frac{1}{2}$ — $6 = 5 \times 3 = 15$

и т. д.

Далѣе:

$\frac{2}{3} \times 3 = 2 \times 1 = 2$	$\frac{3}{4} \times 4 = 3 \times 1 = 3$
$\frac{2}{3} \times 6 = 2 \times 2 = 4$	$\frac{3}{4} \times 8 = 3 \times 2 = 6$
$\frac{2}{3} \times 9 = 2 \times 3 = 6$	$\frac{3}{4} \times 12 = 3 \times 3 = 9$
и т. д.	и т. д.

f. *Умноженіе части какого-либо числа на другую какую-либо часть.*

1. $\frac{1}{8}$ отъ 16 умноженная на $\frac{1}{4}$ отъ 12 = ?
2. $2 \times \frac{1}{3}$. 12 умножен. на $2 \times \frac{1}{8}$ отъ 40 = ?
3. $\frac{1}{3}$ отъ 6 составляетъ половинную часть отъ какого числа?
4. $\frac{1}{5}$ отъ 20 составляетъ половинную часть отъ какого числа?
5. $\frac{2}{3}$ отъ 9 составляетъ половину числа, которое я задумалъ. Какое число я задумалъ?

g. *Дѣленіе частей.*

1. Чему равна половина отъ $\frac{1}{3}$. 18 = ?
2. Что составляетъ половина отъ $3 \times \frac{1}{4}$, взятой отъ 16?
3. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{6} \times 30 = ?$

i. *Превращеніе части или частей цѣлаго въ произведеніе двухъ цѣлыхъ чиселъ.*

1. $\frac{1}{2}$ отъ 16 сколько разъ составляетъ число 4?
   $\frac{5}{7}$ отъ 21 — — — — 3?

k. *Превращеніе части или частей одного числа въ часть или части другаго.*

1. $\frac{1}{5}$ отъ 10 составляетъ какую часть отъ 6? —
2. $6 \times \frac{1}{8}$ отъ 24 сколько составляетъ пятыхъ отъ 90?
3. $10 \times \frac{1}{3}$ отъ 9 сколько содержитъ въ себѣ $\frac{2}{5}$ отъ 15? —

Отвѣтъ: $5 \times \frac{2}{5}$ отъ 15; потому что $\frac{1}{3}$ отъ 9 = 3; $10 \times 3 = 30$; $\frac{1}{5}$ отъ 15 = 3; $\frac{2}{5}$ отъ 15 = 6; 30 $= 5 \times 6$.

l. *Разложеніе чиселъ.*

$2 = 1 + 1$ или 2×1 или 1×2.

$3=1+1+1$ или 3×1 или 1×3·

$2+1$ или $2+\frac{1}{2}$ отъ 2 или $3\times\frac{1}{3}$ отъ 3.

$4=1+1+1+1$ или 4×1 или 1×4.

$3+1$ или $3+\frac{1}{3}$ отъ 3 или $4\times\frac{1}{4}$ отъ 4.

$2+2$ или 2×2.

$5=1+1+1+1+1$ или 5×1 или 1×5.

$4+1$ или $1\times4+\frac{1}{4}$ отъ 4 или $1\times4+1$.

$3+2$ или $1\times3+2\times\frac{1}{3}$ отъ 3 или $3+\frac{2}{3}$. 3.

$3+2+1$ или $2\times2+\frac{1}{2}$ отъ 2.

$6=1+1+1+1+1+1$ или 6×1 или 1×6.

$5+1$ или $1\times5+\frac{1}{5}$ отъ 5.

$2+4$ или $1\times2+1\times4$.

$3+3$ или 3×2.

$2+2+2$ или 3×2.

4 и $\frac{1}{2}$ отъ 4.

Такимъ образомъ можно разлагать и всѣ прочія числа до 10. Это упражненіе весьма важно для мыслящаго ученика.

Вотъ примѣръ изъ сложныхъ чиселъ.

$15 = 3\times5$; 5×3; $6\times2+3$; $7\times2+1$; $4\times3+3$; $2\times6+3$; $2\times7+1$; $3\times3+6$; $3\times3+2\times3$; $2\times4+2\times3+1$; $1\times4+1+2\times5$; $2\times4+2\times2+3$; $3\times3+2\times2+2$; $2\times5+2\times2+1$; $2\times2+3\times4-1$; $3\times3+1+2\times2+1$; $6\times3-\frac{1}{2}$ отъ 6; $5\times4-\frac{1}{2}$ отъ 10.

и т. д.

Отдѣльныя задачи.

1) 12×4 есть 2 раза 8 и еще сколько разъ 4?

2) 12 во сколько разъ болѣе $\frac{1}{2}$ отъ 8?

3) Какимъ различнымъ образомъ число 30 можетъ быть раздѣлено на равныя части? (5×6; 3×10; 10×3; 2×15; 15×2).

4) Разложите число 24 на всѣ возможныя части!

Эти задачи, требующія длинныхъ рѣшеній, даютъ учителю лучшее средство занимать учениковъ сообразно способностямъ и успѣхамъ каждаго. Если учитель, особенно

въ многолюдныхъ классахъ, введетъ въ преподаваніе *Вспомогательный порядокъ*, столь счастливо введенный въ школахъ Даніи и о которомъ нѣкогда такъ много было писано въ Педагогическомъ Журналѣ, то смѣло можно увѣрить, успѣхи будутъ удовлетворительные.

m. *Приложенія мѣръ длины, вѣса и проч.*

1) 2 пуд. 5 ф. сколько всего фунтовъ?

Отв. 1 пудъ $=$ 40 ф.; 2 п. $= 2 \times 40$ или 80 ф.; $80 + 5 = 85$ ф.

2) Въ 99 ф. сколько пудъ?

Отв. 2 пуд. 19 ф.; $99 = 80 + 19$; $80 = 2 \times 40$.

3) Въ $\frac{1}{2}$ пудѣ сколько фунтовъ?

4) $\frac{3}{5}$ пуда много ли фунтовъ?

5) $\frac{5}{8}$ ф. $+$ 19 лот. сколько всего лотовъ?

Отв. 39 лот.; 1 ф. $=$ 32л.; $\frac{1}{8}$ отъ $32 = 4$; $5 \times 4 = 20$; $20 + 19 = 39$.

6) 1 мѣс. $+ \frac{1}{2}$ м. $+ \frac{1}{3}$ м. $+ \frac{1}{5}$ м. $+ \frac{1}{6}$ м. $+ \frac{1}{10}$ м. сколько дней?

Отв. 69 дней; 1 м. $=$ 30 дн.; $\frac{1}{2}$ м. $= \frac{1}{2}$ отъ 30 д. $=$ 15 д.; $\frac{1}{3}$ м. $=$ 10 д.; $\frac{1}{5}$ м. $=$ 6 д.; $\frac{1}{6}$ м. $=$ 5д.; $\frac{1}{10}$ м. $=$ 3 дн.; $30 + 15 + 10 + 6 + 5 + 3 = 69$ д.

7) Въ каждый мѣсяцъ издерживается муки 4 куля 2 четв. — Сколько это составитъ въ годъ, если въ каждый мѣсяцъ будетъ издерживаться одинакое количество?

Отв. 51 куль; потому что если въ 1 м. 4 к. 2 четв., то въ 1 годъ или 12 мѣс. въ 12 разъ болѣе. 12×2 четв. $=$ 24 четв. или 3 кул.; 4×12 к. $=$ 48 кул.; $48 + 3 = 51$ кулю.

и т. д.

n. *Разностороннее разсматриваніе чиселъ.*

Послѣ всѣхъ пройденныхъ упражненій, мы въ состояніи теперь разсмотрѣть числа отъ 1 до 100 со всѣхъ точекъ

зрѣнія. Возьмемъ для этого также число 24, которое мы разсматривали въ № 18.

1) Въ какомъ ряду десятковъ находится 24? —
2) Которое число оно составляетъ въ этомъ ряду?
3) Какое число ему предшествуетъ?
4) Какое слѣдуетъ за нимъ?
5) Разложите его на пары!
6) Разложите на пятки и десятки!
7) Какъ произошло это число?
8) Сколько надобно прибавить къ 7, чтобы вышло 24?
9) Сколько надобно отнять отъ 43, чтобы получить 24?
10) Какъ можно получить это число посредствомъ умноженія?
11) Отъ какого числа 24 составляетъ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$?
12) На какія равныя части можетъ быть раздѣлено это число? — Еще какъ?
13) Чему равна $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$ отъ 24?
14) Чему равна $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{11}$ и т. д. отъ 24?
15) Чему равны $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{2}{3}$ отъ 24?
16) Отнимите отъ этого числа $\frac{2}{3}$ части! $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$ и пр.!
17) Что получится, если приложить эти части къ 11, 13, 19 и т. д.?
18) Сравните 24 съ другими числами, наприм. 16, 18 и проч., и узнайте какую часть они составляютъ отъ 24?

Отв. 16 $=\frac{4}{6}$ отъ 24; 18 $=\frac{3}{4}$ отъ 24 и проч.

Примѣненія. Одна женщина понесла на рынокъ 30 ф. масла, и продала тамъ третью часть его. Съ остальнымъ масломъ она пошла во второй разъ на рынокъ, и продала столько, что отъ всего масла у нея осталось только 2 фунта. Сколько она продала въ первый разъ, сколько во второй и много ли въ оба раза?

Девяти работникамъ заплачено за работу 72 р., которыя деньги они раздѣлили поровно между собою. Первый изъ нихъ долженъ былъ уплатить долгу $\frac{1}{2}$ своей доли, другой $\frac{1}{4}$, третій $\frac{3}{4}$, четвертый $\frac{1}{8}$, пятый $\frac{3}{8}$, шестый $\frac{5}{8}$, седьмой $\frac{7}{8}$, восьмой $\frac{1}{2}$ безъ 2 руб., а девятый $\frac{1}{2}$ съ 3 рублями. Сколько у каждаго осталось?

Одинъ мальчикъ имѣлъ 18 листовъ бумаги; 6-ю часть этой бумаги онъ употребилъ на тетрадь, а 7 листовъ подарилъ сестрѣ своей. Сколько еще листовъ осталось у него? — 8.

Александръ вдвое противъ Петра подарилъ нищему, а оба вмѣстѣ подарили всего 18 грошей. Александръ изъ своихъ денегъ подарилъ третью часть, а Петръ половину. Много ли всего было денегъ у обоихъ? — 48.

24 руб. составляютъ отъ моихъ денегъ $\frac{2}{3}$, а отъ денегъ Владиміра $\frac{3}{8}$. У котораго изъ насъ болѣе денегъ, и чѣмъ именно? — 28.

Если каждый день употреблять на сонъ $\frac{1}{3}$ сутокъ, то сколько это составитъ часовъ въ недѣлю? — 56.

Сколько составитъ половина отъ неизвѣстнаго числа, котораго $\frac{1}{16}$ составляетъ 3? — 24.

Семерное неизвѣстное число составляетъ третью часть отъ 63. Какъ велико одно неизвѣстное число? — 3.

Возьмите число 5, умножьте на 9, прибавьте къ произведенію единицу, отнимите отъ суммы $\frac{2}{3}$ числа 33, и узнаете число, которое я задумалъ! — 24.

ТРЕТІЯ СТЕПЕНЬ.

ДѢЙСТВІЯ НАДЪ ЦѢЛЫМИ ЧИСЛАМИ ВООБЩЕ.

Если первыя двѣ Степени, изъ которыхъ Вторая есть только продолженіе Первой, пройдены основательно, то ничто не препятствуетъ теперь разсмотрѣть цѣлыя числа во всей ихъ общности; то есть примѣнить законы, изложенные для первыхъ ста чиселъ ко всѣмъ числамъ, и такимъ образомъ вполнѣ развить ученіе о главныхъ или основныхъ ариѳметическихъ дѣйствіяхъ. Какъ во Второй Степени такъ и здѣсь, мы не отдѣляемъ именованныхъ чиселъ отъ отвлеченныхъ, и только составныя именованныя, по особенности нѣкоторыхъ пріемовъ, помѣщаемъ въ дополненіи къ этой Степени. —

№ 25. ПЕРВОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Счисленіе (нумерація).

I. *Чтеніе и письмо чиселъ, состоящихъ изъ трехъ и четырехъ цифръ.*

a. Изустно.

Какъ — »десять единицъ называютъ *десяткомъ*,«
Такъ »десять десятковъ называютъ *сотнею*,

Два раза десять десятковъ — *двумя сотнями* или *двѣсти;*

Три раза десять десятковъ — *тремя сотнями* или *триста;*

Четыре — — — *четырьмя сотнями* или *четыреста*, и т. д.

Десять разъ десять десятковъ называютъ *десятью сотнями* или *тысячею.*

Для наглядности, пусть учитель напишетъ на большой доскѣ 100 черточекъ: тогда дѣти легко себѣ представятъ, что́ такое значитъ *двѣсти, триста* и проч. Сюда относятся слѣдующіе вопросы: *шесть разъ десять десятковъ* сколько составляютъ единицъ? — Сколькимъ десяткамъ равны *четыре сотни?* — Вмѣсто *четыреста* какъ можно сказать? — Сколько десятковъ *въ девяти стахъ?* и проч. и проч.

Какъ съ чистыми десятками можно соединять единицы, такъ съ сотнями можно соединять десятки и единицы.

Отъ *ста* считаемъ далѣе такъ:

a) Одна сотня и одна единица или *сто одна;*
одна сотня и двѣ — или *сто два;*
одна сотня и три — или *сто три*, и т. д.
до: одна сотня и девяносто девять или *сто девяносто девять*. Потомъ

b) одна сотня и еще одна сотня или *двѣсти;*
двѣ сотни и одна или *двѣсти одна;*
двѣ сотни и два или *двѣсти два*, и т. д.
Наконецъ: десять сотенъ или *тысяча.*

При всякомъ новомъ десяткѣ учитель останавливается, безпрерывно дѣлая ученикамъ частные вопросы.

Для разнообразія, не худо превращать сотни и десятки въ одни десятки. Напримѣръ:

Одна сотня и десять единицъ все равно, что одиннадцать десятковъ;
одна сотня и двадцать единицъ все равно, что двѣнадцать десятковъ, и т. д.
Двѣ сотни и тридцать единицъ или двадцать три десятка, и т. д.

Если не считаемъ за необходимое, чтобы учитель прошелъ по порядку всѣ ряды отъ 1 до 1000, по крайней мѣрѣ онъ долженъ довести учениковъ до того, чтобы они скоро и безошибочно могли отвѣчать на вопросы, подобные слѣдующимъ:

1) Что значитъ *четыреста тридцать?*

Отв. 1, четыре сотни и три десятка; 2, сорокъ три десятка; 3, четыреста единицъ и еще тридцать единицъ.

2) Какъ проще можно выговорить число, состоящее изъ *трехъ сотенъ,* семи *десятковъ* и *девяти единицъ?* —

Отв. Триста семьдесятъ девять единицъ.

Тотъ же ходъ дѣйствія и въ счисленіи тысячами, съ соблюденіемъ строгой постепенности. Считаютъ:

a) чистыя тысячи;
b) тысячи и сотни;
c) тысячи, сотни и десятки;
d) тысячи, сотни, десятки и единицы.

Очевидно, что здѣсь уже теряется внѣшняя наглядность, и потому учитель долженъ обратить особое свое вниманіе на внутреннюю наглядность, на законы составленія различныхъ разрядовъ чиселъ. Ясно также, что по причинѣ множества чиселъ и послѣдовательные ряды не имѣютъ тутъ мѣста. Уп-

раженіе по необходимости ограничивается отдѣльными вопросами.

Примѣненія. Какое число слѣдуетъ за 1320? — Какое число предшествуетъ 2394? — Начните считать съ 3272 и окончите числомъ 3317! — Считайте назадъ отъ 1123 до 1098!

Задача. Разложить 6728 на его составныя части.

Отвѣтъ. 6728 = a) 6 тысячамъ, 7 сотнямъ, 2 десяткамъ и 8 единицамъ;
b) 67 сотнямъ, 2 десяткамъ и 8 единицамъ;
c) 672 десяткамъ и 8 единицамъ.
Какъ соединить въ одно число 9 тысячъ, 6 сотенъ, 5 десятковъ и 8 единицъ?

Ограничивая словесное счисленіе десятью тысячами, переходимъ къ письменному.

β. *Письменно.*

Если для изображенія десятковъ требовались двѣ цифры, то для письма сотенъ нужны три цифры.

1. *Чистыя сотни пишутся такъ:*

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900.

При этомъ случаѣ учитель поступаетъ двояко: или самъ пишетъ эти числа на классной доскѣ, заставляя учениковъ прочитывать ихъ вслухъ; или сперва диктуетъ имъ чистые десятки (10, 20, 30 и пр.), которые въ то же время самъ пишетъ на доскѣ, и потомъ объясняетъ, какимъ образомъ чрезъ прибавленіе нуля составляются сотни, и какъ чрезъ это цифра, которая изображала десятки, передвигается на третье мѣсто отъ правой руки къ лѣвой. Но здѣсь онъ долженъ показать дѣтямъ не только

счисленіе отъ правой руки къ лѣвой и различіе между мѣстами единицъ, десятковъ и сотень, но также и то, что нуль самъ по себѣ не имѣетъ никакого значенія и употребляется лишь въ томъ случаѣ, когда хотятъ означить, что въ такомъ-то числѣ нѣтъ единицъ или десятковъ и проч.

2. *Сотни съ чистыми десятками.*

110, 210, 310,
120, 220, 320,
130, 230, 330, и т. д.

Для составленія этихъ рядовъ сперва диктуются десятки, потомъ чрезъ прибавленіе по одной цифрѣ составляются трехциферныя числа (10 — 110; 10 — 210 и проч.). Можно также, продиктовавъ десятки и единицы, прибавлять съ правой стороны по нулю. Во всякомъ случаѣ дѣти должны показать причину, почему именно вновь образовавшееся число должно читать иначе, нежели прежде продиктованное.

3. *Сотни, соединенныя съ десятками и единицами.*

a) 101, 201, 301,
102, 202, 302,
103, 203, 303 и т. д.

или

b) 111, 211, 311,
112, 212, 312,
113, 213, 313 и т. д.

Полезно также при этомъ случаѣ заняться перестановкою цифръ въ какомъ-либо числѣ. Это занятіе лучше всего заставитъ дѣтей обратить вниманіе на мѣста, занимаемыя цифрами въ какомъ-либо ряду.

Уч. (написавъ на большой доскѣ число 579.

Если цифру 5 поставить на второе мѣсто отъ правой руки, а цифру 7 на третье, то какое получите число?

Д. 759.

У. Это число болѣе или менѣе втораго?

Д. Оно болѣе перваго.

У. Но въ немъ только 5 десятковъ, тогда какъ въ первомъ числѣ было 7 десятковъ?

Д. За то въ этомъ числѣ 7 сотень.

У. Переставляя различнымъ образомъ цифры, которыя изображаютъ число 579, какія новыя числа получите?

Д. 795, 597, 957, 975.

У. И такъ три цифры сколько даютъ всего перестановленій?

Д. Шесть перестановленій, а потому тремя цифрами можно изобразить шесть разныхъ чиселъ.

У. Чтобы получить шесть разныхъ чиселъ, могутъ ли быть даны одинакія цифры?

Д. Нѣтъ; потому что одинакія цифры даютъ только одно число; наприм. 222, 666 и проч.

У. Сколько чиселъ можно изобразить тремя цифрами, если между ними будетъ два нуля?

Д. Только три; напр. если данныя цифры суть 7, 0, 0, то посредствомъ ихъ можно написать 700, 70, 7.

Все, что мы сказали на счетъ изображенія чиселъ, непревышающихъ сотни, должно отнести и къ изображенію чиселъ, состоящихъ изъ тысячъ. Здѣсь соблюдается та же постепенность, какъ и въ первомъ случаѣ, и вотъ ряды для этого:

4. *Чистыя тысячи.* —

Онѣ суть: 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000.

5. *Тысячи въ соединеніи съ сотнями.*

1100, 2100,
1200, 2200,
1300, 2300, и. т. д.

6. *Тысячи въ соединеніи съ десятками.*

1010, 2010,
1020, 2020,
1030, 2030, и т. д.

Отчего на третьемъ мѣстѣ вездѣ стоитъ нуль? — Отчего на первомъ мѣстѣ также нуль? Сколько всего десятковъ въ числѣ 1080?

7. *Тысячи и единицы.*

1001, 2001, 3001,
1002, 2002, 3002,
1003, 2003, 3003.

Отчего во всѣхъ числахъ на второмъ и третьемъ мѣстахъ стоятъ нули?

8. *Тысячи въ соединеніи съ сотнями и десятками.*

9. *Тысячи въ соединеніи съ сотнями, десятками и единицами.*

Да не почтутъ излишней эту строгую постепенность, которой мы придерживаемся. Она необходима для успѣшнаго преподаванія. Не должно расчитывать на однѣ даровитыя способности: самые слабые ученики — вотъ достойная мѣта истиннаго филантропа - учителя!

II. *Чтеніе и письмо цифръ, состоящихъ изъ пяти, шести, семи и болѣе цифръ.*

1) Десятки тысячъ занимаютъ пятое мѣсто отъ правой руки къ лѣвой; потому цифра 1, стоящая на пятомъ мѣстѣ, читается такъ: *десять тысячъ.*

Цифра 2, стоящая на пятомъ мѣстѣ — *двадцать тысячъ;*

Цифра 3, стоящая на пятомъ мѣстѣ — *тридцать тысячъ*, и т. д.

У. Прибавьте къ 1000 съ правой стороны нуль, и получите десять тысячъ (10000); прибавьте такимъ же образомъ нуль (0) къ 2000, получите двадцать тысячъ (20000), и т. д.

У. Прочтите слѣдующіе ряды:

a) 12000	b) 30670	c) 43260	g) 54327
30001	35400	43206	54372
30020	30027	43026	54732
30300	52000	40326	57432
33000	и проч.	и проч.	57423
и проч.			и проч.

У. Если нуль стоитъ на первомъ мѣстѣ съ правой руки, то что̀ онъ показываетъ?

Д. Что не имѣется единицъ.

У. А на третьемъ?

Д. Что нѣтъ сотенъ.

2) Сотни тысячъ занимаютъ *шестое* мѣсто отъ правой руки къ лѣвой.

Если число состоитъ изъ пяти цифръ, то что̀ означаетъ въ немъ первая цифра отъ лѣвой руки къ правой?

У. Какъ вы изобразите *триста тысячъ*?

Д. Вотъ-какъ: 300000.

У. Почему вы поставили послѣ цифры 3 пять нулей?

Д. Чтобы показать, что въ этомъ числѣ, кромѣ сотенъ тысячъ, нѣтъ ни десятковъ тысячъ, ни тысячъ, ни сотенъ, ни десятковъ, ни единицъ.

У. Какое бъ число изобразили, еслибъ послѣ цифры 3 поставили только четыре нуля?

Д. Тридцать тысячъ.

У. А еслибъ на третьемъ мѣстѣ поставили вмѣсто нуля цифру 7?

Д. Тогда бы получили *тридцать тысячъ семьсотъ.*

У. И такъ на *первомъ мѣстѣ* отъ правой руки къ лѣвой стоятъ *единицы*, на *второмъ — десятки*, на *третьемъ — сотни*, на *четвертомъ — тысячи*, на *пятомъ — десятки тысячъ*, на *шестомъ — сотни тысячъ.* Или другими словами: для изображенія единицъ употребляютъ одну цифру,

для	изображенія	десятковъ	употребляются	двѣ	цифры;
—	—	сотень	—	три	— ;
—	—	тысячъ	—	четыре	— ;
—	—	десятковъ тысячъ	—	пять	цифръ;
—	—	сотень тысячъ	—	шесть	— .

У. Напишите *девятьсотъ девяносто девять тысячъ, девятьсотъ девяносто девять единицъ!*

Дѣти пишутъ:

999999.

У. Еслибъ теперь требовалось изобразить число, которое было бы *единицею* болѣе этого, то какъ бы вы поступили?

$$\begin{array}{r} 999999 \\ +1 \\ \hline 1000000. \end{array}$$

Вмѣсто девяти единицъ сколько теперь имѣете?

Д. Десять единицъ.

У. Это все равно, что сколько десятковъ?

Д. Одинъ десятокъ.

У. Десятки стоятъ на которомъ мѣстѣ отъ правой руки?

Д. На второмъ.

У. Если единицы превратите въ десятки, то вмѣсто единицъ что должны поставить на первомъ мѣстѣ новаго числа?

Д. Нуль.

У. Хорошо! напишите нуль! — Сколько у васъ теперь всего десятковъ?

Д. 9 и 1 или 10 десятковъ.

У. Что можно взять вмѣсто 10 десятковъ?

Д. Одну сотню.

У. Превративъ десятки въ сотни, болѣе не имѣете ни одного десятка. Какъ же это показать цифрами?

Д. На второмъ мѣстѣ надобно поставить также нуль.

Д. Полученная отъ десятковъ сотня, будучи прибавлена къ 9 сотнямъ, составитъ 10 сотенъ или *одну тысячу*. И такъ на третьемъ мѣстѣ вмѣсто сотенъ что поставите?

Д. Тоже нуль.

У. Девять тысячъ + одна тысяча все равно, что десять тысячъ или *одинъ десятокъ тысячъ*. На которомъ мѣстѣ ставятъ десятки тысячъ?

Д. На пятомъ.

У. Хорошо! что же поставите на четвертомъ мѣстѣ?

Д. Еще нуль.

У. Если полученный десятокъ тысячъ прибавите къ девяти десяткамъ тысячъ, то что получите?

Д. Десять десятковъ или *сто тысячъ*.

У. Такъ какъ сотни тысячъ ставятся на шестомъ мѣстѣ отъ правой руку къ лѣвой, то на пя-

томъ мѣстѣ новаго числа надобно также поставить нуль, который покажетъ, что въ этомъ числѣ нѣтъ и десятковъ тысячъ. Сколько всего постановлено нулей?

Д. Пять нулей.

У. Т. е. эти нули показываютъ, что въ изображаемомъ числѣ нѣтъ ни единицъ, ни десятокъ, ни сотенъ, ни тысячъ, ни десятковъ тысячъ. Обратимся теперь къ послѣдней цифрѣ даннаго числа.— Что означаетъ эта цифра?

Д. Девятьсотъ тысячъ.

У. А отъ сложенія десятковъ тысячъ, что получили?

Д. Сто тысячъ.

У. Если къ девяти стамъ тысячамъ прибавите еще сто тысячъ, то сколько получите? —

У. Девяносто тысячъ и сто тысячъ составляютъ всего *тысячу тысячъ. Тысячу тысячъ* обыкновенно называютъ *милліономъ.*

Но получивъ отъ сложенія тысячъ милліонъ, имѣете ли вы теперь кромѣ того сколько-нибудь сотенъ тысячъ?

Д. Ни одной не имѣемъ.

У. И такъ на шестомъ мѣстѣ новаго числа что поставите?

Д. Кажется, надобно поставить нуль.

У. Точно такъ! милліонъ же займетъ седьмое мѣсто отъ правой руки къ лѣвой. Какъ всего получили одинъ милліонъ, то предъ шестью нулями должно поставить цифру 1.

Если бъ требовалось изобразить два милліона, то вы написали бъ такъ:

2,000,000,
Три милліона — 3,000,000,
Четыре милліона — 4,000,000,
и т. д.

Какъ отъ единицъ считаютъ до милліоновъ, такъ отъ милліоновъ считаютъ до милліона милліоновъ или *билліона.* Поэтому:

Единицы милліоновъ	ставятъ	на	*седьмомъ*	мѣстѣ;
Десятки	—	—	— *восьмомъ*	— ;
Сотни	—	—	— *девятомъ*	— ;
Тысячи	—	—	— *десятомъ*	— ;
десятки тысячъ милліоновъ			— *одиннадцатомъ*	;
сотни тысячъ		—	— *двѣнадцатомъ*	;
билліоны (милліоны милліоновъ)			— *тринадцатомъ.*	

Отъ 13-го до 19-го мѣста идутъ билліоны;
— 19-го до 25-го — — триллiоны;
— 25-го до 31-го — — квадрилліоны;
и т. д.

Мы сказали, что отъ милліоновъ до билліоновъ считаютъ также, какъ и отъ единицъ до милліоновъ; поэтому

Какъ есть единицы тысячъ, такъ есть и единицы милліоновъ (1,000,000).

Какъ есть десятки тысячъ, такъ есть и десятки милліоновъ (10,000,000).

Какъ есть сотни тысячъ, такъ есть и сотни милліоновъ (100,000,000), и проч.

Изъ этого слѣдуетъ: 1, *что каждая послѣдующая цифра отъ правой руки къ лѣвой означаетъ въ десять разъ болѣе того, что предыдущая;* 2, *что каждая цифра имѣетъ два названія: одно для числа, другое для мѣста, занимаемаго ею въ ряду прочихъ*

цифръ, которыя вмѣстѣ изображаютъ собою какое-либо число.

Это второе замѣчаніе объясняется еще слѣдующимъ примѣромъ:

$2 = 2 \times 1$ двѣ единицы;
$20 = 2 \times 10$ два десятка;
$200 = 2 \times 100$ двѣ сотни;
$2000 = 2 \times 1000$ двѣ тысячи;
$20000 = 2 \times 10000$ два десятка тысячъ.
$200000 = 2 \times 100000$
$2000000 = 2 \times 1000000$
$20000000 = 2 \times 10000000$
$200000000 = 2 \times 100000000$
$2000000000 = 2 \times 1000000000$

Чтобы облегчить выговариваніе большихъ чиселъ, раздѣляютъ ихъ на *отдѣлы* или *классы.* Такъ какъ тысячи стоятъ на четвертомъ мѣстѣ отъ правой руки къ лѣвой, милліоны на седьмомъ, тысячи милліоновъ на девятомъ и проч.; то есть, чрезъ каждыя три цифры вводится новое названіе, то удобнѣе всего принимать въ каждомъ классѣ по три цифры. Первая цифра въ каждомъ классѣ будетъ означать единицы, вторая — десятки, третья — сотни. Вотъ примѣръ:

6 7, 5 6 7, 9 3 2, 8 0 4

4	единицы.
0	десятки.
8	сотни.
2	единицы тысячъ.
3	десятки тысячъ.
9	сотни тысячъ.
7	единицы милліоновъ.
6	десятки милліоновъ.
5	сотни милліоновъ.
7	тысячи милліоновъ.
6	десятки тысячъ милліоп.

Примѣчаніе. Извѣстно, что относительно мѣста билліоновъ не всѣ народы слѣдуютъ одному правилу. Нумерація по Французской методѣ легче нашей, потому что у Французовъ каждый отдѣлъ имѣетъ особое названіе; такъ билліонъ занимаетъ у нихъ десятое мѣсто, трилліонъ — тринадцатое и т. д. Впрочемъ нѣтъ надобности тратить много времени надъ счисленіемъ билліонами, трилліонами и проч. Эта пустая игра надъ воображаемыми числами въ сущности ничего не прибавляетъ. Учитель благоразумнѣе поступитъ, если ограничится не столь огромными числами, но постарается за то придать сколько можно болѣе разнообразія своимъ упражненіямъ. Пусть лучше болѣе диктуетъ, нежели самъ пишетъ требуемыя числа. Диктовка, отстраняя механизмъ, заставляетъ учениковъ сохранять вниманіе къ преподаванію.

Не должно также обременять память учениковъ изъясненіями различныхъ системъ нумераціи, какъ то: двузначной, пятизначной, и проч; лучше познакомить ихъ съ употребленіемъ Славянскихъ и Римскихъ цифръ. Для этой цѣли мы помѣстимъ здѣсь сравнительную таблицу Арабскихъ, Славянскихъ и Римскихъ цифръ.

ТАБЛИЦА

Арабскихъ, Славянскихъ и Римскихъ цифръ.

Арабск. или обык. цифры.	Славянск. цифры	Римск. цифры.	Арабск. или обык. цифры.	Славянск. цифры.	Римск. цифры.
1	а҃	I	10	і҃	X
2	в҃	II	11	а҃і	XI
3	г҃	III	12	в҃і	XII
4	д҃	IV	19	ѳ҃і	XIX
5	є҃	V	20	к҃	XX
6	ѕ҃	VI	21	к҃а	XXI
7	з҃	VII	22	к҃в	XXII
8	и҃	VIII	30	л҃	XXX
9	ѳ҃	IX	40	м҃	XL

50	н҃	L	300	т҃	CCC
60	ѯ҃	LX	400	у҃	CD
70	ѻ҃	LXX	500	ф҃	D или IC
80	п҃	LXXX	600	х҃	DC
90	ч҃	XC	700	ѱ҃	DCC
100	р҃	C	800	ѡ҃	DCCC
123	рк҃г	CXXIII	900	ц҃	CM
200	с҃	CC	1000	҂а҃	M или CIC
	1832	҂аѿл҃в	MDCCCXXXII.		

Примѣненія. Отъ Петербурга до Москвы считается 700 верстъ. — Въ каждомъ изъ кадетскихъ корпусовъ полагается до 500 воспитанниковъ. — Самая большая рѣка въ Европѣ есть Волга: она протекаетъ пространство слишкомъ въ 3000 верстъ. — Рѣдкіе люди живутъ 100 лѣтъ; однако были примѣры, что нѣкоторые жили до 155 лѣтъ! — Отъ Рождества Христова прошло 1838, а отъ Сотворенія Міра 7346 лѣтъ. — Девалагира, самая высокая гора на Земномъ Шарѣ, имѣетъ вышины 26460 футовъ. — Гора Араратъ имѣетъ 16,000 фут. высоты; огнедышащая гора Этна 11,000 фут., а Везувій 3500 фут. — Самая большая библіотека въ Европѣ есть Парижская, въ ней считается до 500,000 томовъ. — Въ Россіи считается около 1000000 войска. — Луна отстоитъ отъ Земли на 360,000 верстъ. — Въ Европѣ полагаютъ до 220,000,000 жителей, а въ Азіи до 600,000,000. Въ одной Россіи считаютъ 60,000,000 жителей. — С Петербургъ имѣетъ 480,000 жителей, а Москва до 400,000 жителей. — Въ Лондонѣ и его окрестностяхъ слишкомъ 2,000,000 жителей. — Первый Русскій Государь былъ Рюрикъ; онъ вступилъ на престолъ въ 862 году по Р. Х. — Россія находилась подъ игомъ Татаръ слишкомъ 200 лѣтъ. — Колоколъ Ивана Великаго считается самымъ большимъ изъ всѣхъ извѣстныхъ колоколовъ; въ немъ вѣсу 12,000 пудъ. — Самыя величайшія зданія, какія когда-либо воздвигалъ человѣкъ, суть Египетскія пирамиды; одна изъ нихъ имѣетъ

высоты 440 футовъ. — Императоръ Петръ Великій родился въ 1662 году, а умеръ въ 1725 году. На всемъ Земномъ Шарѣ около 1000,000,000 жителей.

Какъ вы думаете, любезныя дѣти, можно ли составить себѣ понятіе о самыхъ огромныхъ числахъ? — Есть ли въ природѣ такое множество одинакихъ предметовъ, что для счисленія ихъ мало билліоновъ, трилліоновъ и т. д.? — Можетъ ли каждый изъ васъ сосчитать, сколько у него на головѣ волосовъ? — Сколько въ лѣсу листьевъ? — На небѣ звѣздъ? — Въ горѣ песчинокъ? — Въ морѣ капель? — Такъ огромна природа въ своихъ размѣрахъ! Сколь же велико могущество Творца, который сотворилъ Вселенную и ею управляетъ! Дивясь созданію Его, не престанемъ же дивиться Его премудрости.

№ 26. ВТОРОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Сложеніе.

а. ***Изустно.***

При изустномъ исчисленіи не должно употреблять слишкомъ большихъ чиселъ. Здѣсь главное дѣло состоитъ въ усвоеніи законовъ исчисленія, а не въ огромности выводовъ. При большихъ числахъ законы только повторяются, но не измѣняются; между тѣмъ эти числа требуютъ сильнаго напряженія способности вниманія и вовсе не подстатъ дѣтямъ. И такъ въ изустномъ исчисленіи мы ограничимся трехъ и четырехчленными числами.

I. *Сложеніе чистыхъ десятковъ, сотенъ и тысячъ.*

1, Если $3 + 5 = 8$,

то и 3 дес. + 5 д. = 8 десят. или 80 един.

3 сот. + 5 сот. = 8 сот. или 800 един.

3 тыс. + 5 тыс. = 8 тыс. или 8000 един.

2, $7 + 15 = 12$.

Поэтому и 7 дес. + 5 дес. = 12 дес. или 120 един.

7 сот. + 5 сот. = 12 сот. или 1200 един.

7 тыс. + 5 тыс. = 12 тыс. или 12000 един.

Должно до тѣхъ поръ упражнять учениковъ въ этихъ рядахъ, пока убѣдятся, что они пріобрѣли въ исчисленіи ихъ и навыкъ и ловкость.

Въ первый день вышло изъ одного города 500 солдатъ, а въ другой 900 солдатъ; сколько вышло въ оба дня?

Отв. 14 сотень или 1400 солдатъ; потому что если 5 и 9 составляютъ 14, то и 5 сотень + 9 сот. = 14 сот. или 1400.

А. получилъ 600 руб., а Б. 8-ю стами рублями болѣе нежели А. Сколько получилъ Б?

3) 12 и 8 = 20.

Поэтому 12 дес. + 8 дес. = 20 дес. или 200 един.
12 сот. + 8 сот. = 20 сот. или 2000 един.
12 тыс. + 8 тыс. = 20 тыс. или 20,000 ед.

и т. д.

4) 15 + 13 = 28.

15 дес. + 13 дес. = 28 дес. или 280 един.
15 сот. + 13 сот. = 28 сот. или 2800 един.
15 тыс. + 13 тыс. = 28 тыс. или 28000 един.

Что составитъ 25. дес. (250) + 8 дес. (80)?

Отв. 250 + 80 = 330; такъ какъ 25 + 8 = 33, то 250 + 80 = 330.

Какое получится число, если къ 3500 един. прибавить 4300?

Отв. 7800; 3500 все равно, что 35 сот., 4300 = 43 сот.; 35 сот. + 43 сот. составляютъ 78 сот. или 7800.

II. *Сложеніе смѣшанныхъ десятковъ, сотень и тысячъ.*

а. *Задачи, гдѣ не бываетъ перехода чиселъ изъ низшихъ разрядовъ въ высшіе.*

1) *Требуется сложить* 345 *съ* 432.

345 + 432 = 777; потому что 3 сот. + 4 сот. = 7 сот.; 4 дес. + 3 дес. = 7 дес.; 7 сот. + 7

дес. = 770; 5 + 2 = 7; 770 + 7 = 777.

2) 3426 + 2563 = 5989; потому что 3 тыс. + 2 тыс. = 5 тыс.; 4 сот. + 5 сот. = 9 сот.; 5 тыс. + 9 сот. = 5900; 20 + 60 = 80; 5900 + 80 = 5980; 6 + 3 = 9; 5980 + 9 = 5989.

b. *Задачи, допускающія переходъ чиселъ низшаго разряда въ числа высшаго.*

aa. *Десятки и единицы.*

1) 96 + 8 = 104; потому что 6 + 8 = 14; 14 = 10 + 4; 90 + 10 = 100; 100 + 4 = 104.

2) 65 + 49 = 114; 60 + 40 = 100; 5 + 9 = 14; 100 + 14 = 114.

3) 78 + 89 = 167; 70 + 80 = 150; 8 + 9 = 17; 150 + 17 = 167.

bb. *Сотни, десятки и единицы.*

1) 385 + 7 = 392; потому что 5 + 7 = 12; 80 + 12 = 92; 300 + 92 = 392.

2) 365 + 28 = 393; 8 + 5 = 13; 60 + 20 = 80; 80 + 13 = 93; 300 + 93 = 393.

3) 365 + 52 = 417; 5 + 2 = 7; 60 + 50 = 110; 110 + 7 = 117; 300 + 117 = 417.

4) 365 + 58 = 423; 5 + 8 = 13; 60 + 50 = 110; 110 + 13 = 123; 300 + 123 = 423.

5) 365 + 228 = 593; 5 + 8 = 13; 60 + 20 = 80; 80 + 13 = 93; 300 + 200 = 500; 500 + 93 = 593.

6) 365 + 458 = 823; 5 + 8 = 13; 60 + 50 = 110; 110 + 13 = 123; 300 + 400 = 700; 700 + 123 = 823.

7) 365 + 978 = 1343; 300 + 900 = 1200; 60 + 70 = 130; 1200 + 130 = 1330; 5 + 8 = 13; 1330 + 13 = 1343.

Учитель легко замѣтитъ постепенность, съ какою составлены предложенныя здѣсь задачи. Этой постепенности непремѣнно онъ долженъ слѣдовать въ своемъ преподаваніи.

Для упражненія предложимъ нѣсколько задачъ, выраженныхъ и рѣшенныхъ различнымъ образомъ.

1. Увеличьте 80 числомъ 60!

От. Получимъ 140; потому что

a) 60 = 20 + 40; 80 + 20 = 100; 100 + 40 = 140;

b) 80 = 8 дес.; 60 = 6 дес.; 8 д. + 6 д. = 14 д. или 140;

c) 80 = 8 × 10, 60 = 6 × 10; 8 × 10 + 6 × 10 = 14 × 10 или 140.

2. Найдите сумму 96 + 29!

От. 125; потому что

a) 90 + 20 = 110; 6 + 9 = 15; 110 + 15 = 125;

b) 96 + 4 = 100; 29 = 25 + 4; 100 + 25 = 125.

3. Какое число 365-ю болѣе 789?

От. 1154; потому что

a) 300 + 700 = 1000; 60 + 80 = 140; 1000 + 140 = 1140; 5 + 9 = 14; 1140 + 14 = 1154.

b) 78 дес. + 22 д. = 100 дес., 36 д. = 22 дес. + 14 дес.; 100 дес. + 14 д. = 114 дес. или 1140; 5 + 9 = 14; 1140 + 14 = 1154.

Примѣненія. Найти сумму всѣхъ чиселъ отъ 1 до 20. — Изъ одного училища выбыло 56 учениковъ и въ немъ осталось еще 135 учениковъ. Сколько было всего учениковъ въ этомъ училищѣ? — Чрезъ 17 лѣтъ Ивану будетъ столько же лѣтъ, сколько теперь Петру. Который же годъ Петру, если Ивану теперь 15 лѣтъ? — Нѣкто родился въ 1793. Въ которомъ году ему будетъ 59 лѣтъ? — Всемірный потопъ былъ за 2266 лѣтъ до Рождества Христова. Сколько лѣтъ прошло съ того времени? — Александръ получилъ въ воскресенье 4 руб., въ понедѣльникъ 5, и такимъ обра-

зомъ въ каждый слѣдующій день 1 рублемъ болѣе. Сколько онъ получилъ во всю недѣлю? — Отцу было 27 лѣтъ при рожденіи сына. Сколько ему будетъ лѣтъ, когда сыну минетъ 25 лѣтъ? —

β. ***Письменно.***

Для легчайшаго перехода отъ изустнаго исчисленія къ письменному, всего лучше обратиться къ упражненію № 15, и начать съ одночленныхъ чиселъ.

1. *Сложеніе одночленныхъ чиселъ.*

У. Чтобы узнать, сколько выйдетъ всего единицъ, если къ 1 прибавить 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, напишемъ эти числа одно подъ другимъ такъ:

1
2
3
4
5
6
7
8
9
———

и проведя черту подъ послѣднимъ, станемъ считать: 1 и 2, 3; 3 и 3, 6; 6 и 4, 10; 10 и 5, 15; 15 и 6, 21; 21 и 7, 28; 28 и 8, 36; 36 и 9, 45. И такъ сумма данныхъ чиселъ составляетъ 45. Число 45 пишемъ подъ чертою.

Чтобы повѣрить, точно ли въ суммѣ получится число 45, станемъ складывать снизу вверхъ, такъ: 9 и 8, 17; 17 и 7, 24 и проч.

2. *Сложеніе чистыхъ десятковъ, сотень, тысячъ* и проч.

Примѣры:

a)	b)	c)
20	300	7000
30	200	1000
10	400	2000
50	100	3000
110.	1000.	13000.

Поясненіе. Какъ при *a*, въ ряду единицъ, при *b*, въ рядахъ единицъ и десятковъ, и при *c*, въ рядахъ единицъ, десятковъ и сотень, стоятъ нули, которые не имѣютъ никакого значенія, то подъ чертою въ этихъ рядахъ надобно поставить нули, и сложеніе начинать съ значащихъ цифръ. При *a*, сумма равна 11, т. е 11 десяткамъ или 110 един.; при *b*, 10 сотнямъ; при *c*, 13 тысячамъ.

3. *Сложеніе двучленныхъ чиселъ.*

a)	b)	c)
42	40	36
31	21	72
12	18	98
13	19	44
98.	98.	250.

Поясненіе. Эта задача представляетъ три разные случая. При *a*, вовсе нѣтъ перехода отъ единицъ низшаго разряда къ единицамъ высшаго: сумма единицъ = 8, сумма десятковъ = 9; поэтому общая сумма равна 98. При *b*, напротивъ, единицы переходятъ въ десятки, потому что отъ сложенія ихъ получается число 18. Въ этомъ случаѣ подъ чертою на мѣстѣ единицъ пишется 8, а 1 десятокъ прилагается къ десяткамъ, чрезъ что получается всего 9 десятковъ, которые и пишутъ на второмъ мѣстѣ. При c, числа въ обоихъ столбцахъ переходятъ изъ низшаго разряда въ высшій; потому что сумма единицъ составляетъ 20, 20 все равно, что 2 десятка. По превращеніи единицъ въ десятки, не остается

болѣе ни одной единицы, и потому на первомъ мѣстѣ должно написать нуль. Удерживая въ памяти число 2 дес., по сложеніи десятковъ, прибавляютъ къ суммѣ ихъ это число, и получаютъ всего 25 дес. или 2 сотни и 5 десятковъ. И такъ на второмъ мѣстѣ надлежитъ написать 5, а на третьемъ 2.

4. *Сложеніе одночленныхъ съ двучленными, трехчленными и вообще многочленными числами.*

a)	8
	72
	342
	7
	16
	445.

Поясненіе. Отъ сложенія единицъ происходитъ число 25, или 2 дес. и 5 ед. Изъ этого числа 5 ед. пишутся подъ чертою въ рядъ единицъ, а 2 десят. покамѣстъ удерживаются въ памяти, и по сложеніи десятковъ къ нимъ прилагаются. 7 + 4 + 1 = 12 дес., 12 и 2, 14 дес. Но 14 десятковъ все равно, что 4 дес. и 1 сот.; поэтому на второмъ мѣстѣ пишутъ цифру 4, а 1 десятокъ удерживаютъ въ памяти; 3 сот. и 1 сот., полученная отъ совокупленія десятковъ, составляютъ 4 сот.; и такъ на третьемъ мѣстѣ пишется тоже 4.

Вотъ еще примѣръ, который можно изложить такъ:

b)							
49	49 =			40 +	9		
679	679 =		600 +	70 +	9		9000
8002	8002 =	8000 +	— +	—	2		1800
479	479 =	-- +	400 +	70 +	9		260
59	59 =	—	—	50 +	9		54
8	8 =	—	—	— +	8		11114.
1838	1838 =	1000 +	800 +	30 +	8		
11114.	11114. =	9000 +	1800 +	260 +	54		

Здѣсь учитель замѣчаетъ дѣтямъ, что хотя и съ лѣвой

руки можно начинать сложеніе, но этого не дѣлается для избѣжанія лишняго труда.

Примѣчаніе. Дѣло учителя наблюдать, чтобъ при рѣшеніи такихъ примѣровъ, гдѣ единицы низшаго разряда переходятъ въ высшіе, ученики отнюдь не привыкали, какъ это часто дѣлается, замѣчать вверху или внизу циферныхъ рядовъ переходящія единицы. Онѣ непремѣнно должны быть удерживаемы ими въ умѣ; потому что въ противномъ случаѣ ослабляется вниманіе и память.

Если столбцы слагаемыхъ чиселъ слишкомъ велики, то, для облегченія, можно раздѣлять ихъ на нѣсколько частей, и сложивъ отдѣльно каждую часть, совокупить потомъ всѣ частныя суммы въ одну общую.

Примѣръ:	561		
	1832		
	729		
	980		
	434		
	2561		
	703		
	5050		
	762		
	87		
	100	13699	сумма 1-й части.
	345		
	679		
	573		
	460		
	211		
	75		
	400		
	29		
	123		
	2995	2995	сумма 2-й части.
		16694	общая сумма.

Должно также показать ученикамъ какъ ведутся счеты въ приходныхъ и расходныхъ книгахъ. Здѣсь главное дѣло обратить ихъ вниманіе на переходъ суммъ изъ одной страницы въ другую.

Вотъ примѣръ:

Стр. 1.	руб.	коп.	Стр. 2.	руб.	коп.	Стр. 3.	руб.	коп.
	540	57	транспортъ	4811	54	транспортъ	10696	53
	679	81		569	11		579	15
	584	54		210	79		216	90
	100	9		417	99	и того	596	05
	989	14		266	77	транспортъ	10696	53
	617	54		205	20	всего	11292	58.
	104	64		600	—			
	417	51		700	—			
	516	40		973	74			
	103	25		617	85			
	49	—		715	13			
	9			610	41			
	100	25.	и того	5884	99			
и того	4811	54.	транспортъ	4811	54			
			всего	10696	53.			

Наконецъ обратимся къ составленію правилъ для сложенія.

У. Если требуется сложить нѣсколько чиселъ, то прежде всего что̀ мы должны сдѣлать?

Д. Подписать ихъ одно подъ другое, чтобы единицы были подъ единицами, десятки подъ десятками и проч.

У. Гдѣ проводится черта?

Д. Подъ послѣднимъ числомъ.

У. Какъ поступаемъ въ томъ случаѣ, когда сумма единицъ превышаетъ 10?

Д. Отдѣляемъ отъ этой суммы десятки и прикладываемъ ихъ къ десяткамъ.

У. Что же напишемъ въ ряду единицъ подъ чертою?

Д. Оставшіяся по отдѣленіи десятковъ единицы.

У. Какъ поступаемъ при сложеніи прочихъ разрядовъ чиселъ?

Д. Точно такимъ же образомъ.

У. Но есть ли это единственный способъ складывать числа, подписывая ихъ одно подъ другимъ? Можно ли данныя числа написать въ одинъ горизонтальный рядъ?

Д. Можно.

У. Въ такомъ случаѣ сумма пишется послѣ чего?

Д. Послѣ знаковъ равенства.

У. Разрѣшите слѣдующій примѣръ:

$$547 + 6072 + 10276!$$

Д. $547 + 6072 + 10276 = 16895$.

У. И такъ вотъ вамъ правило, которое вы должны твердо помнить: *чтобы найти сумму дан-*

ныхъ чиселъ, надобно сперва сложить вмѣстѣ всѣ единицы этихъ чиселъ, и если происшедшая отъ соединенія единицъ сумма превзойдетъ число девять, то отдѣлить отъ нея десятки и приложить ихъ къ суммѣ десятковъ; оставшіяся единицы и будутъ единицами искомой суммы. Поступая такимъ же образомъ со всѣми прочими разрядами чиселъ, получится наконецъ требуемая сумма, которая произойдетъ отъ совокупленія единицъ, десятковъ, сотень и проч., находящихся въ данныхъ числахъ.

У. Посредствомъ сложенія что мы находимъ?

Д. Посредствомъ сложенія находимъ одно число, которое столько же имѣетъ единицъ, какъ всѣ слагаемыя числа.

У. Потому *сложить нѣсколько чиселъ значитъ соединить ихъ въ одно число, или все тоже, составить такое число, которое бы заключало въ себѣ столько единицъ, сколько ихъ всего находится въ слагаемыхъ числахъ.*

Прим. Для практическаго упражненія предлагаемъ учителю слѣдующія двѣ книги: 1, *Ариѳметическіе листки и* 2, *Собраніе ариѳметическихъ задачъ*, изданное для народныхъ училищъ.

№ 27. ТРЕТІЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Вычитаніе.

α. *Изустно.*

I. *Вычитаніе чистыхъ десятковъ, сотень и тысячъ.*

Тотъ же постепенный ходъ дѣйствія, что и при сложеніи, потому приведемъ и здѣсь рядъ задачъ, которыя послужатъ основаніемъ всѣмъ прочимъ.

1) Какъ 8 — 5 = 3.
так и 8 дес. — 5 дес. = 3 дес. (80 — 50 = 30).
8 сот. — 5 сот. = 3 сот. (800 — 500 = 300)
8 тыс. — 5 тыс. = 3 тыс. (8000 — 5000 = 3000) и т. д.

2) какъ 16 безъ 9 = 7.
такъ 16 дес. — 9 дес. = 7 дес. (160 — 90 = 70);
16 сот. — 9 сот. = 7 сот. (1600 — 900 = 700);
16 тыс. — 9 тыс. = 7 тыс. (16000 — 9000 = 7000) и т. д.

3) Какъ 25 безъ 15 = 10,
такъ 25 дес. — 15 дес. = 10 дес. (250 — 150 = 100);
25 сот. — 15 сот. = 10 сот. (2500 — 1500 = 1000); и т. д.

4) Если 67 — 24 = 43,
то 67 дес. — 24 дес. = 43 дес. (670 — 240 = 430);
67 сот. — 24 сот. = 43 сот. (6700 — 2400 = 4300);
67 тыс. — 24 тыс. = 43 тыс. (67000 — 24000 = 43000); и т. д.

Задача. Сколько получится по вычитаніи 170 изъ 290?

Отв. 120; потому что 290 все равно, что 29 дес., 170 все равно, что 17 дес.; 29 дес. — 17 дес. = 12 дес. или 120.

Задача. Сколько выйдетъ въ остаткѣ, если изъ 6400 отнять 2800?

Отв. 3600; потому что 6400 = 64 сот., 2800 = 28 сот.; 64 сот. — 28 сот. = 36 сот. или 3600.

5) Какъ 1 сот. — 10 = 90;
такъ 2 сот. — 10 = 190;
3 сот. — 10 = 290;
4 сот. — 10 = 390, и т. д.

6) 1 тыс. или 10 сот. безъ 1 сот. = 900;
2 тыс. или 20 сот. — 1 сот. = 19 сот. или 1900;
3 тыс. или 30 сот. — 1 сот. = 29 сот. или 2900;
4 тыс. или 40 сот. — 1 сот. = 39 сот. или 3900;
и т. д.

Задача. Что останется по вычитаніи 10 изъ 4 сотни.

Отв. 390; 4 сот. = 3 сот. + 1 сот.; 1 сот. — 10 = 90; 300 + 90 = 390.

Задача. Чему равны 4 тысячи безъ 1 сотни?

Отв. 3900; 4 тыс. = 3 тыс. + 1000; 1000 — 100 = 900.

Если не трудно вычитать одинъ десятокъ изъ сотень и одну сотню изъ тысячъ, то также не трудно и нѣсколько десятковъ изъ сотень, нѣсколько сотень изъ тысячъ, и т. д. Напр.

Что составляетъ 300 безъ 40?

От. 260; 300 = 30 дес., 40 = 4 дес.; 30 д. — 4 дес. = 26 дес. или 260.

Отнимите 600 отъ 5000!

От. 4400; 5 тыс. = 50 сот.; 6 сот. изъ 50 сто. = 44 сот. или 4400.

7) 1 сот. — 10 = 90;
1 тыс. — 10 = 990;
2 тыс. — 10 = 1990;
3 тыс. — 10 = 2990, и т. д.

8) 2 сот. — 8 = 192;
3 тыс. — 8 = 1992;
4 тыс. — 8 = 2992, и т. д.

Очевидно, что распространеніе этихъ рядовъ зависитъ отъ того, кàкъ они будутъ усвоены уче-

никами. Если ученики будутъ рѣшать предлагаемыя имъ задачи скоро и притомъ вѣрно, то это явный знакъ къ переходу въ новое упражненіе.

II. *Вычитаніе смѣшанныхъ десятковъ, сотенъ и тысячъ.*

a. 1) 236—4=232; такъ какъ вычитаніе должно произвести здѣсь только надъ числами меньшаго разряда, то вычитаютъ 4 изъ 6; десятки же и сотни остаются непремѣнными.

2) 341 — 9 = 332; 341 = 33 дес. + 11; 11 — 9 = 2; 330 + 2 = 332.

b. 140 — 8 = 132; 140 = 130 + 10; 10 — 8 = 2; 130 + 2 = 132.

950 — 7 = 943.

c. 1) 2437 — 5 = 2432.

2) 3642 — 9 = 3633.

3) 4560 — 7 = 4553, и т. д.

4) 2001 — 4 = 1997; 2001 = 1990 + 11; 11 — 4 = 7; 1990 + 7 = 1997.

5) 3040 — 8 = 3032; 40 — 8 = 32; 3000 + 32 = 3032.

6) 4107 — 8 = 4099.

8 ед. изъ 7 вычесть не льзя, обращаюсь къ десяткамъ; но какъ въ предложенномъ числѣ нѣтъ ни одного десятка, то 1 сот. обращаю въ десятки и получаю 10 дес.; отдѣливъ отъ 10 д. 1 дес. и приложивъ къ 7 единицамъ, получаю 17 ед.; 17 — 8 = 9. И такъ въ искомомъ числѣ должно быть 9 ед., также 9 дес.; потому что изъ 10 дес. взятъ 1 десятокъ; сотень же не будетъ ни одной, а тысячи останутся прежнія.

(Этотъ случай принадлежитъ къ самымъ труднымъ).

d. 1) 230 — 26 = 204; 30 — 26 = 4; 200 + 4 = 204; 250 — 65 = 185; 25 дес; — 6 дес. = 19 дес.; 19 дес. = 18 дес. + 1 дес.; 1 дес. — 5 = 5; 18 дес. + 5 = 185. —

2) 250 — 65 = 185; 250 все равно, что 25 дес. Чтобы отъ 25 дес. можно было отнять 5 един., надо отъ 25 д. отдѣлить 1 дес. и превратить его въ единицы, чрезъ что получимъ 24 дес. + 10 ед.; 10 — 5 = 5; 24 дес. — 6 дес. = 18 дес; 18 дес. + 5 ед. = 185.

3) 206 — 32 = 174.
4) 246 — 25 = 121.
5) 243 — 72 = 171 и т. д.

e. 1) 310 — 200 = 110.
2) 454 — 300 = 154.
3) 454 — 400 = 54.
4) 454 — 450 = 4.
5) 200 — 105 = 95.
6) 200 — 120 = 80.
7) 300 — 272 = 28.
8) 340 — 127 = 213.

Все, что здѣсь сказано относительно трехчленныхъ чиселъ, слѣдуетъ примѣнить и къ четыречленнымъ.

Примѣненія. Число 135 уменьшить на 48! — Какое число 197-ю менѣе 340? — Чему равна разность между 473 и 285? — Уменьшите 185 числомъ 8, взятымъ 9 разъ! — 6 × 5 + 8 × 8 какимъ числомъ менѣе 241? — Какое число надобно прибавить къ 371, чтобы вышло 518? — Въ одной книгѣ 532 страницы. Сколько страницъ остается еще про-

честь, если 228 страницъ уже прочитаны? — Сколько лѣтъ прошло отъ смерти Императора Петра 1-го, который умеръ въ 1725? — Какое число должно прибавить къ 2392, чтобы получить 4000? — Найти число, къ которому если прибавить 672, то выйдетъ тысяча. — Одной особѣ нынѣ (въ 1839 году) 48 лѣтъ. Въ которомъ году она родилась? — Рюрикъ, первый Россійскій Князь, вступилъ на престолъ въ 862 году. Сколько лѣтъ прошло съ того времени? — Сумма двухъ чиселъ равна 640; одно изъ нихъ 295. Сколько единицъ въ другомъ? — Найти два числа, которыхъ сумма равна 1100. — Изъ 1000 рублей было издержано въ первый разъ 89 руб., во второй 50 руб., а въ третій столько, сколько въ оба первые раза вмѣстѣ. Много ли денегъ въ остаткѣ?

β. *Письменно.*

При письменномъ вычитаніи наблюдается тотъ же порядокъ дѣйствія, какъ и при письменномъ сложеніи. Для бо̀льшей удобности пишутъ *вычитаемое* число подъ *уменьшаемымъ* такимъ образомъ, чтобы единицы стояли подъ единицами, десятки подъ десятками, сотни подъ сотнями и т. д., подъ уменьшаемымъ проводятъ черту, за которою помѣщаютъ искомую *разность* или *остатокъ*. И здѣсь, какъ при сложеніи, начинаютъ вычитать сперва единицы изъ единицъ, потомъ десятки изъ десятковъ и т. д.

При составленіи примѣровъ въ многочленныхъ числахъ, учитель имѣетъ въ виду тотъ же постепенный ходъ дѣйствія, который изложенъ нами въ первомъ отдѣлѣ этого упражненія для изустнаго исчисленія.

Примѣръ:

1) 6398	2) 139·5	3) 47·60	4) 5·4·7·3	5) 4·1729·1
4271	267	70	1784	235072
2127.	1128.	4690.	3689.	182219.

6) 56·76·0	7) 2·3·673·0·0	8) 1·0·0·0·27·0·0·0·6
43854	1475279	999349937
12906.	892021.	920069.

8 й *примѣръ.* 7 ед. надобно вычесть изъ 6, что не возможно; слѣдовало бы занять одинъ десятокъ у десятковъ уменьшаемаго числа и обратить его въ единицы; но какъ въ уменьшаемомъ числѣ нѣтъ ни десятковъ, ни сотень, ни тысячъ, то отъ 7 десятковъ тысячъ взявъ одинъ десятокъ тысячъ, обращаю его въ единицы тысячъ или въ десять тысячъ; поэтому на пятомъ мѣстѣ съ правой руки останется 6 десятковъ тысячъ. Чтобы показать это, подлѣ цифры 7 ставлю точку. И такъ на четвертомъ мѣстѣ вмѣсто 0 тысячъ, надо читать теперь 10 тысячъ. Какъ поступалъ съ десятками тысячъ, такъ поступаю съ тысячами, сотнями и десятками единицъ. Чрезъ это перемѣщеніе единицъ изъ высшихъ разрядовъ въ низшіе вмѣсто 70000 получаю 69990 и еще 10 единицъ. Сдѣланное мною превращеніе не пишется, а только подразумѣвается, и для этого-то именно служатъ точки. Теперь легко вычитаю: 7 изъ 16 (потому что 6 и 10 = 16) составитъ 9, 3 дес. изъ 9 дес. = 6 дес. и т. д. Каждый изъ остатковъ пишу подъ чертою въ томъ ряду, къ которому онъ принадлежитъ по своему знаменованію. Продолжая поступать такимъ образомъ, получу всего въ остаткѣ 920069.

При этомъ случаѣ попросимъ учителя наблюдать, чтобы ученики всегда рѣшали задачи и громко и внятно. Отнюдь не должно допускать чтобы они рѣшали про-себя. Отъ этого неисчислимыя выгоды: во-первыхъ, дѣти совершенствуютъ органы слова; во-вторыхъ, въ классѣ поддерживается дѣятельность: кто говоритъ громко и внятно, того невольно слушаютъ; въ-третьихъ, легко въ такомъ случаѣ поправлять ошибки и замѣчать сдѣланные пропуски.

Кромѣ того, не должно часто прерывать ученика при рѣшеніи, развѣ только краткими вопросами. Рядъ умозаключеній, выводимый самимъ ученикомъ по опредѣленной канвѣ, есть лучшій способъ къ поддержанію въ немъ само-

дѣятельности и къ пріученію его къ порядку въ изложеніи своихъ мыслей.

Повѣрка вычитанія.

Остатокъ всегда показываетъ какимъ числомъ вычитаемое менѣе уменьшаемаго; поэтому, если вычитаніе сдѣлано вѣрно, остатокъ вмѣстѣ съ вычитаемымъ долженъ составить уменьшаемое. — На этомъ-то разсужденіи основываютъ повѣрку вычитанія, а именно: складываютъ остатокъ съ вычитаемымъ, и наблюдаютъ, получится ли въ суммѣ число равное уменьшаемому.

Вотъ пріемъ:

```
 5273
 4754⎫ сумма остатка съ вычитаемымъ.
  519⎭
 5273 уменьшаемое.
```

Впрочемъ можно и не писать внизу уменьшаемаго, а произвести дѣйствіе только въ умѣ.

Изъ всего пройденнаго учитель выводитъ наконецъ слѣдующее правило: *при вычитаніи одного числа изъ другаго надлежитъ поступать такъ: сперва вычитать единицъ изъ единицы, потомъ десятки изъ десятковъ и т. д.; наконецъ, для полученія искомой разности, совокупить остатки, полученные отъ каждаго разряда единицъ. Если единицы какого-либо разряда въ вычитаемомъ числѣ будутъ болѣе единицъ того же разряда въ уменьшаемомъ, то надобно занять единицу у предыдущаго высшаго разряда въ уменьшаемомъ, и, превративъ ее въ единицы послѣдующаго, придать ихъ къ тѣмъ недостающимъ единицамъ.*

Наконецъ сообщаетъ и самое опредѣленіе вычитанія. *Оно есть такое ариѳметическое дѣйствіе,*

посредствомъ котораго узнаемъ, чѣмъ одно изъ двухъ чиселъ болѣе или менѣе другаго.

Всѣ задачи, относящіяся къ вычитанію, имѣютъ два вида: 1) когда по даннымъ уменьшаемому и вычитаемому отыскивается разность или остатокъ, и 2) когда по даннымъ уменьшаемому и остатку отыскивается вычитаемое. Но если даны вычитаемое и остатокъ, то очевидно, что для нахожденія уменьшаемаго должно употребить сложеніе.

Теперь, когда вычитаніе пройдено основательно, надобно соединить это дѣйствіе съ сложеніемъ. Для этого лучше всего служатъ практическіе примѣры.

Примѣненія. Чѣмъ 20173 менѣе 35679? — Число 5198 чѣмъ болѣе 799 и менѣе 20000? — Изъ суммы чиселъ: 5476, 67921 требуется вычесть сумму чиселъ: 179, 2839, 58 и 11283. — Разность между двумя числами составляетъ 4728, бо̀льшее же число есть 11703. Чему равно меньшее? — Чѣмъ разность между 18300 и 9479 менѣе разности между 1000,000 и 379485?? — Я задумалъ три числа: сумма всѣхъ = 54500; сумма первыхъ двухъ = 479831, а сумма двухъ послѣднихъ = 25793. Сколько единицъ въ каждомъ? —

№ 28. ЧЕТВЕРТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Умноженіе.

α. ***Изустно.***

И здѣсь, какъ при сложеніи и вычитаніи, надобно имѣть въ виду тожественныя съ этимъ упражненія въ первыхъ двухъ Степеняхъ. Вообще на упражненія этой Степени должно взирать, какъ на продолженіе того, что было сообщено прежде по тому же самому предмету.

I. *Умноженіе чистыхъ десятковъ, сотенъ и тысячъ.*

1. Какъ 3 × 4 = 12,

такъ 3×4 дес. $=$ 12 дес. $(3 \times 40 = 120)$;
3×4 сот. $=$ 12 сот. $(3 \times 400 = 1200)$;
3×4 тыс. $=$ 12 тыс. $(3 \times 4000 = 12000)$,
и т. д.

a. Что составляетъ 5 разъ 60?
Отв. 300; потому что $60 =$ 6 дес.; 5×6 дес. $=$ 30 дес. или 300.

b. Сколько получится единицъ, если 600 взять 9 разъ?
Отв. 5400; $600 =$ 6 сот.; 9×6 сот. $=$ 54 сот. $=$ 5400, и т. д.

2. Если $3 \times 12 = 36$,
то 3×12 дес. $=$ 36 дес. $(3 \times 120 = 360)$;
3×12 сот. $=$ 36 сот. $(3 \times 1200 = 3600)$;
3×12 тыс. $=$ 36 тыс. $(3 \times 12000 = 36000)$,
и т. д.

a) $3 \times 170 = 510$; $170 =$ 17 дес.; 3×17 дес., $=$ 51 дес. или $170 =$ 1 сот. $+$ 7 дес.; 3×1 сот. $=$ 3 сот. 3×7 дес. $=$ 21 дес. $=$ 2 сот. $+$ 1 дес.; 3 сот. $+$ 2 сот. $=$ 5 сот.; 5 сот. $+$ 1 дес. $=$ 51 дес. $=$ 510,
и т. д.

3. Обратно: если $2 \times 4 = 8$,
то $20 \times 4 = 80$,
$200 \times 4 = 800$,
$2000 \times 4 = 8000$, и т. д.

Сколько составитъ 30×5? — Чему равно 500×7? — Умножьте 8000 на 6! —

4. Какъ $20 \times 4 = 80$,
такъ $20 \times 40 = 800$;
$200 \times 40 = 8000$;
$2000 \times 40 = 80000$, и т. д.

5. Если $3 \times 12 = 36$,

то $30 \times 12 = 360$;
$300 \times 12 = 3600$;
$3000 \times 12 = 36000$, и т. д.

6. $4 \times 5 = 20$;
4×5 сот. $= 20$ сот.;
40×5 сот. $= 200$ сот. $= 20000$;
400×5 сот. $= 2000$ сот. $= 200000$, и т. д.

Чему равно 700×800? — 500×900? —

II. *Умноженіе смѣшанныхъ чиселъ.*

a. Смѣшанныя числа на натуральныя числа.
$6 \times 87 = 522$; потому что $6 \times 80 = 480$; $6 \times 7 = 42$; $480 + 42 = 522$.

b. Сотни и десятки на натуральныя числа.
$3 \times 760 = 2280$; $3 \times 700 = 2100$; $3 \times 60 = 180$; $2100 + 180 = 2280$.

c. Тысячи, сотни и десятки на натуральныя числа.
$5 \times 3400 = 17000$; $5 \times 3000 = 15000$; $5 \times 400 = 2000$; $15000 + 2000 = 17000$.
$9 \times 3472 = 31248$; $9 \times 3000 = 27000$; $9 \times 400 = 3600$; $27000 + 3600 = 30600$; $9 \times 70 = 630$; $30600 + 630 = 31230$; $9 \times 2 = 18$; $31230 + 18 = 31248$.

d. Смѣшанныя числа на смѣшанныя.
$12 \times 35 = 420$; $10 \times 35 = 350$; $2 \times 35 = 70$; $350 + 70 = 420$.
$24 \times 36 = 864$; $20 \times 36 = 720$; $4 \times 36 = 144$; $720 + 144 = 864$.
$30 \times 230 = 6900$; $30 \times 200 = 6000$; $30 \times 30 = 900$; $6000 + 900 = 6900$.
$15 \times 230 = 3450$; $10 \times 230 = 2300$; $5 \times 200 = 1000$; $2300 + 1000 = 3300$; $5 \times 30 = 150$; $3300 + 150 = 3450$.

$16 \times 321 = 5136$; $10 \times 321 = 3210$; $6 \times 300 = 1800$; $3210 + 1800 = 5010$; $6 \times 21 = 126$; $5010 + 126 = 5136$, и т. д.

Не должно допускать, чтобы дѣти рѣшали задачи одинакимъ пріемомъ; напротивъ, ихъ надобно доводить до того, чтобы они, зная нѣсколько способовъ рѣшать одну и ту же задачу, употребляли всегда самый легкій способъ. Покажемъ нѣсколько тому примѣровъ.

$8 \times 29 = 232$.

a) $8 \times 20 = 160$; $8 \times 9 = 72$; $160 + 72 = 232$.

b) $8 \times 29 = 8 \times 30 - 8 \times 1$; $8 \times 30 = 240$; $8 \times 1 = 8$; $240 - 8 = 232$.

c) $29 = 4 \times 7 + 1$; $8 \times 29 = 8 \times 4 \times 7 + 8 \times 1 = 32 \times 7 + 8 = 224 + 8 = 232$.

$27 \times 40 = 1080$.

a) $20 \times 40 = 800$; $7 \times 40 = 280$; $800 + 280 = 1080$.

b) $27 \times 40 = (30 - 3) \times 40$; $30 \times 40 = 1200$; $3 \times 40 = 120$; $1200 - 120 = 1080$.

c) $27 \times 40 = (6 \times 4 + 3) 40$; $6 \times 40 = 240$; $4 \times 240 = 960$; $3 \times 40 = 120$; $960 + 120 = 1080$.

d) $27 \times 40 = 9 \times 3 \times 40$; $9 \times 40 = 360$; $3 \times 360 = 1080$.

и т. д.

Еслибъ подобные различные способы рѣшенія и не вели къ сокращенному дѣйствію, все-таки не должно ими пренебрегать; потому что они съ другой стороны доставляютъ ту великую выгоду, что пріучаютъ ученика къ многостороннему воззрѣнію на числа.

При рѣшеніи практическихъ вопросовъ не должно забывать и чиселъ разнаго наименованія, а именно, приведенія чиселъ большаго наименованія въ

числа меньшаго; но прежде всего надобно сообщить дѣтямъ понятіе о тѣхъ мѣрахъ, которыя по своей обширности не могли войти во Вторую Степень, а именно: о годѣ, верстѣ, милѣ, ластѣ и берковцѣ, также и о мелкомъ вѣсѣ, каковъ аптекарскій. Эти мѣры, вмѣстѣ съ сообщенными прежде, составятъ слѣдующую таблицу мѣръ, длины, вѣса и проч., которую ученики должны твёрдо выучить наизусть, и потому не худо, если учитель будетъ заставлять ихъ всѣхъ вмѣстѣ прочитывать её каждый разъ при началѣ и концѣ урока.

Таблица мѣръ длины, времени, вѣса, денегъ, жидкостей, хлѣба и бумаги.

I. *Мѣры длины.*

Въ 1 милѣ 7 верстъ.
— 1 верстѣ 500 саженъ.
— 1 сажени 3 аршина.
— 1 аршинѣ 4 четверти.
— 1 аршинѣ 16 вершковъ.
— 1 сажени 7 футовъ.
— 1 футѣ 12 дюймовъ.
— 1 дюймѣ 10 линій.

II. *Мѣры времени.*

Въ 1 году 12 мѣсяцевъ.
— 1 году 365 дней (въ высокосномъ 366).
— 1 мѣсяцѣ 4 недѣли.
— 1 мѣсяцѣ 30 сутокъ.
— 1 недѣлѣ 7 сутокъ.
— 1 суткахъ 24 часа.
— 1 часу 60 минутъ.
— 1 минутѣ 60 секундъ.

III. *Мѣры вѣса.*

a. *Торговый вѣсъ.*

Въ 1 берковцѣ 10 пудъ.
— 1 пудѣ 40 фунтовъ.
— 1 фунтѣ 32 лота.
— 1 лотѣ 3 золотника.
— 1 золотникѣ 96 долей.

b. *Аптекарскій вѣсъ.*

Въ 1 аптек. фунтѣ 12 унцій (или 84 $\frac{1}{2}$ золот.)
— 1 унціи 8 драхмъ.
— 1 драхмѣ 3 скрупула.
— 1 скрупулѣ 20 гранъ.

IV. *Мѣры денегъ* (монеты).

Въ 1 имперіалѣ 10 рублей (серебромъ).
— 1 полуимперіалѣ 5 рублей (серебромъ).
— 1 рублѣ 10 гривенъ.
— 1 гривнѣ 2 пятака или 5 грошей.
— 1 пятакѣ 5 копѣекъ.
— 1 грошѣ 2 копѣйки.
— 1 копѣйкѣ 2 деньги.
— 1 деньгѣ 2 полушки.

V. *Мѣры жидкости.*

Въ 1 бочкѣ 40 ведеръ.
— 1 ведрѣ 10 штофовъ.
— 1 штофѣ 2 полуштофа или кружки.

VI. *Мѣры хлѣба.*

Въ 1 ластѣ 12 четвертей или кулей.
— 1 четверти 2 осьмины.
— 1 осьминѣ 4 четверика.
— 1 четверикѣ 8 гарнцевъ.

VII. *Мѣры бумаги.*

Въ 1 стопѣ 20 дестей.
— 1 дести 24 листа.

Какъ числа 12 и 24 чаще другихъ встрѣчаются въ нашихъ мѣрахъ, то, для удобности въ исчисленіи, пусть ученики выучатъ наизусть и всѣ произведенія натуральныхъ чиселъ на числа 12 и 24. Эти произведенія составятъ табличку:

$1 \times 12 = 12$,	$1 \times 24 = 24$,
$2 \times 12 = 24$,	$2 \times 24 = 48$,
$3 \times 12 = 36$,	$3 \times 24 = 72$,
$4 \times 12 = 48$,	$4 \times 24 = 96$,
$5 \times 12 = 60$,	$5 \times 24 = 120$,
$6 \times 12 = 72$,	$6 \times 24 = 144$,
$7 \times 12 = 84$,	$7 \times 24 = 168$,
$8 \times 12 = 96$.	$8 \times 24 = 192$,
	$9 \times 24 = 216$.

Примѣры въ составныхъ числахъ.

Здѣсь главное дѣло обратить вниманіе дѣтей на то, что изъ двухъ именованныхъ чиселъ, которыя перемножаются, только одно разсматривается какъ именованное, а другое какъ *простое* или *отвлеченное;* число же, получаемое въ произведеніи, всегда принимаетъ названіе того рода, какой имѣетъ удержанное именованное число. Такъ напр. *Если каждый день издерживается по пяти фунтовъ говядины, то сколько будетъ издержано въ 7 дней?* — Здѣсь спрашивается число фунтовъ говядины; поэтому число 7 дней принимается за простое, и чтобы рѣшить вопросъ, его надобно обратить въ слѣдующій: *сколько получится фунтовъ, когда 5 фунтовъ повторить 7 разъ?* Отв. 35 фунт.

1. *За одинъ аршинъ холста заплачено 1 руб. 50 коп., что стóятъ 8 аршинъ того же холста?*

Рѣшеніе. Если 1 аршинъ стóитъ 1 руб. 50 коп., то 8 аршинъ стóятъ въ 8 разъ болѣе 1 руб. 50 коп; итакъ

1 руб. 50 коп. надобно повторить 8 разъ или, все тоже, умножить на 8, чтобы получить искомую сумму. 1 руб. 50 коп. все равно что 150 коп.; $8 \times 150 = 8 \times 100 + 8 \times 50 = 800 + 400 = 1200$ коп., или 12 руб.

2. *Нѣкто пробылъ въ дорогѣ 3 мѣсяца и 17 сутокъ. Сколько всего сутокъ онъ пробылъ въ дорогѣ?*

Рѣшеніе. 107 сутокъ. Въ 1 мѣсяцѣ 30 сут.; въ 3 мѣсяцахъ 3×30 сутокъ или 90 сутокъ; 90 сут. + 17 сут. = 107 сутокъ.

3. *Въ 5 пудахъ 11 фунтахъ и 9 лотахъ сколько всего золотниковъ?*

Рѣшеніе. 20283 зол. Въ 1 пудѣ 40. фун.; поэтому въ 5 пудахъ 5×40 или 200 фунт.; 200 ф. + 11 ф. = 211 ф.; въ 1 ф. 32 лота.; въ 211 ф. 211×32 лота; $32 = 8 \times 4$, поэтому 211×32 все равно, что $211 \times 8 \times 4$. $211 \times 8 = 1688$; $1688 \times 4 = 6752$; $6752 + 9 = 6761$. И такъ въ 5 пуд. 11 ф. 9 лот. — 6761 лотъ. Въ одномъ лотѣ 3 золот., поэтому въ 6761 лотѣ 6761×3 или 20283 золотника.

Въ 1 суткахъ и 7 часахъ, сколько всего минутъ? — Сколько саженъ въ 75 верстахъ? — Если каждый шагъ взрослаго человѣка считать въ 1 аршинъ, то сколько выйдетъ шаговъ отъ Петербурга до Гатчины, разстояніе между которыми городами полагается въ 42 версты? — Сколько всего дней прожилъ на свѣтѣ Владиміръ, которому отъ роду 11 лѣтъ? — Каждый изъ 17 работниковъ получилъ за свою работу по 8 руб. Много ли они всѣ вмѣстѣ получили? — 8 разъ 34 какимъ числомъ болѣе 7×25? — Если въ каждый день проходить по 38 верстъ, то сколько можно пройти верстъ въ цѣлый Май мѣсяцъ? — Если число 13 умножите на 9, изъ произведенія вычтите 45, и къ остатку приложите 98, то узнайте число, которое я задумалъ. — Сколько всего буквъ на страницѣ, если въ ней 32 строки, и въ каждой строкѣ по 35 буквъ? — Если въ

минуту можно насчитать 100, то сколько можно насчитать въ 1 часъ?

β. *Письменно.*

I. *Когда при многочленномъ множимомъ числѣ множитель состоитъ изъ одной цифры.*

Если ученикъ хорошо знаетъ таблицу умноженія, то остается только познакомить его съ формою, которая обыкновенно употребляется при письменномъ умноженіи.

При одночленномъ множителѣ задачи бываютъ трехъ родовъ.

a. *Когда произведенія чиселъ низшаго разряда не переходятъ въ непосредственно высшій разрядъ.*

Такъ 2133 (множимое)
× 3 (множитель)
6399 (произведеніе)

Сперва пишутъ множимое, потòмъ множитель; подъ послѣднимъ проводятъ черту, за которою и пишутъ найденное произведеніе.

2133 умножить на 3, значитъ единицы, десятки, сотни и тысячи даннаго множимаго взять три раза.

$$2133 \times 3 \text{ все равно что } \left.\begin{array}{r}3\\30\\100\\2000\end{array}\right\} \times 3 = \begin{array}{r}9\\90\\300\\6000\\\hline 6399.\end{array}$$

3 × 3 един. составляютъ 9 единицъ; пишемъ 9 подъ чертою въ рядахъ единицъ; 3 × 3 десят. = 9 десят.; пишемъ 9 десятковъ на второмъ мѣстѣ. 3 × 1 сот. = 3 сот.; поэтому на 3-емъ мѣстѣ подъ чертою должно поставить 3. Наконецъ 3 × 2 тыс. состав-

ляютъ 6 тысячъ, которыя и пишутся на четвертомъ мѣстѣ. Слѣдственно искомое произведенie есть 6399.

b. *Когда въ отдѣльныхъ произведенiяхъ получаются числа, превышающiя 9.*

387
× 5
1935

387 умножить на 5, значитъ взять 5 разъ 7 един., 8 десят. и 3 сотни. 5 × 7 един. = 35 един; 35 един. = 3 дес. + 5 ед.; 5 единицъ пишемъ подъ чертою въ рядъ единицъ, а 3 десятка пока удерживаемъ въ памяти, чтобы, по полученiи произведенiя десятковъ, приложить ихъ къ этому произведенiю. 5 × 8 дес. = 40 дес.; 40 д. и 3 д., происшедшiя отъ произведенiя единицъ, составятъ 43 дес. или 4 сот. и 3 дес.; пишемъ 3 десятка подъ десятками. 5 × 3 сот. = 15 сот.; 15 сот. + 4 сот. = 19 сот. или 1 тыс. 9 сот. И такъ на третьемъ мѣстѣ подъ чертою надобно поставить цифру 9, а на четвертомъ 1.

Для бóльшей наглядности тотъ же самый примѣръ разрѣшимъ такъ:

387 = 300 + 80 + 7.	387
300 × 5 = 1500.	5
80 × 5 = 400	35
7 × 5 = 35	400
1935.	1500
	1935.

c. *Когда въ какомъ-либо разрядѣ множимаго находится 0.*

Въ этомъ случаѣ въ томъ же самомъ разрядѣ произведенiя пишется нуль, если только отдѣльное произведенie непосредственно низшаго тому разряда на множителя не превышаетъ числа девяти.

7 × 5 ед. = 35 ед. или 3 дес. и 5 ед;. пишемъ 5 подъ чертою въ рядъ единицъ. 7 × 0 дес. ничего не составляютъ или 0. Слѣдовало бы напи-

$$\begin{array}{r} 6005 \\ \times 7 \\ \hline 42035 \end{array}$$

сать нуль на второмъ мѣстѣ, но какъ отъ произведенія единицъ произошли 3 дес., то на второмъ мѣстѣ пишемъ 3; 5 × 0 сот. = 0. Поэтому на 3-емъ мѣстѣ пишемъ нуль. 7 × 6 т. = 42 тыс. И такъ на четвертомъ мѣстѣ поставимъ 2, а на пятомъ 4.

У. Еслибъ нуль, полученный отъ произведенія сотенъ, не написать подъ чертою на третьемъ мѣстѣ, то какое бы число получили? —

Д. 4235.

У. Означало ли-бъ это число искомое произведеніе?

Д. Нѣтъ; потому что 6 т., взятыя 7 разъ, даютъ 42000, да еще 5 ед. × 7, 35 ед. Значитъ, что искомое произведеніе есть 42035, т. е. состоитъ изъ пяти цифръ.

II. *Когда множитель состоитъ изъ двухъ или болѣе знаковъ.*

Здѣсь замѣчательны слѣдующіе случаи:

a. *Когда множитель имѣетъ только одну значащую цифру.*

Число не перемѣняется, если его умножить на 1. Но когда къ 1 придать 0, то оно увеличится въ 10 разъ; при прибавленіи къ 1 двухъ нулей, оно увеличится въ 100 разъ, 3-хъ въ тысячу разъ, и т. д. Такъ 42 × 1 = 42, 42 × 10 = 420, 42 × 100 = 4200 и т. д.

1. Поэтому если число множится на 10, 100, 1000 и т. д. то для полученія произведенія, къ множимому числу надобно прибавить съ правой стороны одинъ, два, три нуля и т. д., вообще *столько нулей, сколько ихъ стоитъ во множимомъ (числѣ) послѣ единицы.*

Такъ: $37 \times 10 = 370$,
$37 \times 100 = 3700$,
$37 \times 1000 = 37000$ и т. д.

2. Если число надобно умножить на 2, 3 и болѣе десятка или сотни, или тысячи, и т. д; то его помножають только на значащую цифру, и потомъ къ произведенію прибавляють столько нулей, сколько ихъ стоитъ во множителѣ послѣ этой значащей цифры.

Такъ:

$$\begin{array}{r} 534 \\ \times 20 \\ \hline 10680 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 325 \\ 40 \\ \hline 13000. \end{array}$$

Умноживъ 534 на 2, къ полученному произведенію (1068) прибавляемъ нуль и находимъ требуемое 10680. Такъ и во второмъ примѣрѣ.

3. Если одинъ или оба множителя имѣютъ на концахъ нули, то умноженіе цроизводится только надъ значащими цифрами, и потомъ къ полученному произведенію прибавляется столько нулей, сколько ихъ всего находится какъ во множимомъ такъ и во множителѣ.

$$\begin{array}{r} 5200 \\ \times 700 \\ \hline 3640000. \end{array}$$

b. *Когда во множителѣ болѣе одной значащей цифры.*

Если множитель состоитъ изъ многихъ цифръ, то чрезъ умноженіе получается столько рядовъ, сколько въ немъ значащихъ цифръ. Для полученія искомаго произведенія должно, во-первыхъ, надлежащимъ образомъ помѣстить эти ряды, во-вторыхъ, всѣхъ ихъ совокупить въ одну сумму.

$$\begin{array}{rl} 5432 & \\ \times 12 & \\ \hline 10864 & \text{произведеніе единицъ.} \\ 5432 & \text{произведеніе десятковъ.} \\ \hline 65184 & \text{сумма частныхъ произведеній или общее произведеніе.} \end{array}$$

5432 умномить на 12 значитъ число 5432 взять сперва 2

раза, а потомъ 10 разъ. Отъ умноженія 5432 на 2 получаемъ 10864, которое число и пишемъ подъ чертою, наблюдая, чтобы каждая цифра его стояла подъ соотвѣтствующей ей цифрою множимаго числа. — Умножить 5432 на 10 значитъ увеличить это число въ десять разъ, поэтому вмѣсто 5432 единицъ, чрезъ умноженіе на десять, будемъ имѣть 5432 десятка. — И такъ при помѣщеніи втораго ряда надобно поступать такъ: цифру 2 поставить на второмъ мѣстѣ съ правой руки, т. е. подъ цифрою 6 перваго ряда; цифру 3 на третьемъ мѣстѣ подъ цифрою 3, и т. д.

Еще примѣръ:

```
 1238
   29
-----
11142
 2476
-----
35902.
```

У. Первое мѣсто во второмъ ряду цифръ не занято, — чтобы это означало?

Д. Что во второмъ ряду цифръ не имѣется единицъ.

У. По настоящему слѣдовало бы на этомъ мѣстѣ поставить нуль, но для сокращенія этого не дѣлается; ничто не препятствуетъ подразумѣвать его.

с. *Когда множитель имѣетъ нули въ срединѣ.*

Если въ срединѣ множителя находятся нули, то они пропускаются при умноженіи, потому что получаемые чрезъ нихъ ряды состояли бы только изъ однихъ нулей; но при этомъ случаѣ наблюдается, чтобы ряды, которые получаются чрезъ умноженіе послѣдующихъ цифръ множителя, начинались съ того мѣста, которое присвоивается умножаемою его цифрою.

14233
2006
85398
28466
28551398.

Здѣсь верхнее число множится на 6 единицъ и 2 тысячи, потому десятки и сотни не имѣютъ своихъ рядовъ. 2000 разъ 3 единицы даютъ 6 тысячъ; потому 6 ставимъ на четвертомъ мѣстѣ; другія же три мѣста, т. е. сотни, десятки и единицы остаются пустыми.

Еслибъ умножать на нули, то вычисленіе приняло бы такой видъ:

```
   14233
    2006
   -----
   85398
  00000
 00000
28466
--------
28551398.
```

Очевидно, что нули не входятъ въ исчисленіе, и лишь по пустому занимаютъ мѣста.

Мы не намѣрены распространяться болѣе объ умноженіи, потому что какъ бы ни были велики сомножители, правила остаются все тѣ же, какія нами уже изложены. Поговоримъ лучше о сокращеніи, которому можетъ подлежать это ариѳметическое дѣйствіе.

Вотъ нѣсколько случаевъ для сокращеннаго умноженія.

1. *Когда множитель есть* 9.

Съ правой стороны множимаго числа прибавьте нуль, и изъ этого новаго числа вычтите данное множимое.

Примѣръ $238 \times 9 = \begin{cases} 2380 \\ \ \ 238 \end{cases}$
 2142.

Чрезъ прибавленіе съ правой стороны множима-

го одного нуля оно увеличилось въ 10 разъ, т. е. однимъ разомъ болѣе искомаго произведенія; поэтому, чтобы получить настоящее произведеніе, изъ десятикратнаго множимаго вычитаютъ единичное.

2. *Когда множитель* 11.

Чрезъ умноженіе двучленнаго числа на 11, получается въ произведеніи трехчленное число, котораго первая цифра та же, что и первая въ данномъ множимомъ, вторая равна суммѣ обѣихъ цифръ того же множимаго, а послѣдняя та же, что и вторая цифра его.

$$54 \times 11 = 594.$$

Если сумма цифръ множимаго превышаетъ 9, тогда первая цифра произведенія увеличивается предъ первою цифрою множимаго на единицу, а среднею цифрою того же произведенія выразится остатокъ, который получится отъ суммы крайнихъ цифръ множимаго за исключеніемъ десяти.

$$99 \times 11 = 1089.$$

3. *Когда первая цифра множителя* 1.

Въ этомъ случаѣ умножаютъ на слѣдующія цифры множителя; полученное произведеніе пишутъ подъ множимымъ, но такъ, чтобы одна цифра множимаго выставлялась впередъ, и потомъ складываютъ оба числа.

$$\begin{array}{r} 2763 \times 431 \\ 8289 \\ 11052 \\ \hline 1190853. \end{array}$$

4. *Если множитель не есть первое число, то оно разлагается на своихъ сомножителей.*

$231 \times 24\ (6 \times 4 = 3 \times 8.)$

$\frac{\frac{231 \times 6}{1386 \times 4}}{5544.}$ или: $\frac{\frac{231 \times 3}{693 \times 8}}{5544.}$

Это разложенie множителя хотя не сокращаетъ дѣйствiя, однако приноситъ ту пользу, что прiучаетъ ученика смотрѣть на умноженie съ другой точки зрѣнiя, а поэтому отдаляетъ и всякiй механизмъ, который при одномъ и томъ же способѣ легко вкрасться можетъ.

Вотъ еще нѣсколько примѣровъ, которые понятны для учителя безъ всякаго объясненiя:

1, $85462 \times 124\ (5 \times 5 \times 5 - 1)$.

$\times 5$
427310×5
2136550×5
10682750
85462
$10597288.$

2, $583 \times 99 = 58300 - 583 = 57717.$

3, $634 \times 998\ (1000 - 2)$

634000
1268
$632732.$

4, $4763 \times 4999\ (5000 - 1)$.

23815000
$23810237.$

5, $518 \times 491\ (500 - 9)$

259000
254338 (вычитанie 9×518 произведено въ умѣ).

Наконецъ учитель выводитъ общiя правила для умноженiя цѣлыхъ чиселъ.

a. *Чтобы умножить на одночленное число, то, подписавъ множителя подъ множимымъ и проведя черту, надобно множить каждую цифру (часть) множимаго на множителя, начиная съ единицъ. Если каждое частное произведенie не превышаетъ 9, то его пишутъ подъ чертою такъ, какъ получаютъ; въ противномъ же случаѣ исключаютъ единицы предыдущаго разряда, которыя и придаютъ потомъ къ нему. Такъ поступаютъ до послѣдней цифры множимаго.*

b. *При умноженiи на многочленное число, надобно, во-первыхъ, множить по показанному способу множимое число на каждую цифру множителя, помѣщая первую цифру каждаго частнаго произведенiя въ томъ разрядѣ цифръ, къ которому она принадлежитъ; во-вторыхъ, сложить всѣ частныя произведенiя, — чрезъ что и получится искомое произведенie.*

c. *Если множимое или множитель оканчиваются нулями, то умноженie производятъ только надъ значащими цифрами; нули же, сколько ихъ всего находится при концѣ обоихъ множителей, просто приписываютъ къ произведенiю.*

d. *Если въ срединѣ множителя случится одинъ или нѣсколько нулей, то въ умноженiи они пропускаются, наблюдая однакожъ, чтобъ первая цифра множимаго на цифру, которая предшествуетъ нулю или нулямъ, была помѣщена въ томъ разрядѣ, къ которому она принадлежитъ.*

Умножить же вообще одно число на другое, значитъ по двумъ числамъ найти третie, которое было бы такъ составлено изъ множимаго, какъ множитель составленъ изъ единицы.

Примѣненія. Какое получится число, если 4302 умножить на 509, и полученное произведеніе увеличить еще въ 793 раза? — Что придется заплатить за 278 аршинъ сукна, если каждый аршинъ стóитъ 17 руб. 50 коп. (1750 к.)? — Умножить 5329 само на себя. — Умножьте 273 на четверное тоже число! — Найти три числа, изъ которыхъ второе было бы равно первому, взятому 174 раза, а третье второму, умноженному на 408. — Въ нѣкоторомъ сочиненіи 8 томовъ, въ каждомъ томѣ по 725 стр., на каждой страницѣ 35 строкъ, и въ каждой строкѣ 35 буквъ. Сколько буквъ во всемъ сочиненіи? — Если положить, что каждый день рождается на свѣтъ на всемъ Земномъ Шарѣ около 4170 человѣкъ, то сколько людей можетъ народиться въ одинъ годъ? — Въ 1829 году умеръ въ Россіи одинъ старецъ, которому было отъ роду 155 лѣтъ. Сколько часовъ во всю свою жизнь онъ провелъ во снѣ, если положить, что въ каждые сутки онъ спалъ по 8 часовъ? —

№ 29. ПЯТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Дѣленіе.

α. ***Изустное исчисленіе.***

I. *Когда дѣлитель есть одночленное число.*

Здѣсь могутъ быть два случая: дѣлимое есть *кратное* число вразсужденіи дѣлителя, или *некратное*.

a. *Если дѣлимое есть кратное число вразсужденіи дѣлителя.*

1. Если 12 : 3 = 4
то 12 д. : 3 = 4 д. (120 : 3 = 40);
12 сот. : 3 = 4 сот. (1200 : 3 = 400);
12 тыс. : 3 = 4 тыс. (12000 : 3 = 4000), и т. д.

Или: Если $\frac{1}{3}$ отъ 12 есть 4,
то $\frac{1}{3}$ — 120 — 40;
$\frac{1}{3}$ — 1200 — 400;
$\frac{1}{3}$ — 12000 — 4000;
$\frac{1}{3}$ — 120000 — 40000, и т. д.

Еще примѣръ: $24 : 8 = 3$;
$240 : 8 = 30$;
$2400 : 8 = 300$;
$24000 : 8 = 3000$, и т. д.

Или: 3 есть $\frac{1}{8}$ отъ 24;
30 — $\frac{1}{8}$ — 240;
300 — $\frac{1}{8}$ — 2400;
3000 — $\frac{1}{8}$ — 24000, и т. д.

2. $242 : 2 = 121$; $242 = 200 + 40 + 2$; $\frac{1}{2}$ отъ 200 есть 100; $\frac{1}{2}$ отъ 40 есть 20; $100 + 20 = 120$; $\frac{1}{2}$ отъ 2 есть 1; $120 + 1 = 121$.
$963 : 3 = 321$; $963 = 900 + 60 + 3$; $\frac{1}{3}$ отъ 900 есть 300; $\frac{1}{3}$ отъ 60 есть 20; $300 + 20 = 320$; $\frac{1}{3}$ отъ 3 есть 1; $320 + 1 = 321$.

3. $126 : 2 = 63$; $126 = 12$ дес. + 6 ед.; $\frac{1}{2}$ отъ 12 д. есть 60; $\frac{1}{2}$ отъ 6 есть 3; $60 + 3 = 63$.

У. Взять половину отъ 126 значитъ 126 раздѣлить на 2. Это все равно, что найти такое число, которое, будучи взято дважды, дало бы 126. Не можете ли вы найти такого числа?

Д. Это число есть 63.

У. Почему?

Д. Потому что 63, взятое дважды, есть 126.

У. Какъ бы вы поступили съ числомъ 126, чтобы найти его половину, или 63?

Д. Надобно его раздѣлить на 2.

У. Изъ какихъ частей состоитъ это смѣшанное число 126?

Д. Изъ 100 + 20 + 6.

У. Сколько всего десятковъ въ этомъ числѣ?

Д. 12 десятковъ.

У. Сколько составитъ $\frac{1}{2}$ отъ 12 десятковъ?

Д. Шесть десятковъ.

У. Кромѣ десятковъ, сколько единицъ въ данномъ числѣ?

Д. 6 единицъ.

У. Что составляетъ $\frac{1}{2}$ отъ 6?

Д. 3.

У. Поэтому $\frac{1}{2}$ отъ 126?

Д. 63.

У. Вы прежде сказали, что 126 состоитъ изъ 100 + 20 + 6. Что составляетъ $\frac{1}{2}$ отъ 100?

Д. 50.

У. Отъ 20?

Д. 10.

У. 50 + 10 = ?

Д. 60.

У. $\frac{1}{2}$ отъ 6?

Д. 3.

У. 60 + 3 = 63. Въ какомъ случаѣ проще рѣшеніе: въ томъ ли, когда, превративъ сотни въ десятки, прямо брали половину отъ всего числа десятковъ, или въ послѣднемъ случаѣ, когда отыскивали половину сперва отъ сотни, потомъ отъ десятковъ, наконецъ отъ единицъ?

Д. Первое рѣшеніе проще.

У. Вотъ еще примѣръ: 129 *раздѣлить на* 3. Что значитъ 129 раздѣлить на 3?

Д. Взять третью часть отъ 129, или все тоже, найти такое число, которое если умножить на 3, то получимъ 129.

У. Какое это число?

Д. 43.

У. Почему?

Д. Потому что 3×43 составляетъ 129.

У. Что составляетъ $\frac{1}{3}$ отъ 100?

Дѣти вѣроятно запнутся въ отвѣтѣ. Напротивъ, если ихъ спросить: что составляетъ $\frac{1}{3}$ отъ 12 десятковъ? то они тотчасъ отвѣтятъ: 4 дес. или 40 ед.

У. Какъ лучше поступать: взять ли третью часть сперва отъ 100, потомъ отъ 20, или прямо отыскать $\frac{1}{3}$ отъ 12 десят.?

Д. Прямо отъ 12 десятковъ.

У. Что составляетъ $\frac{1}{3}$ отъ 12 дес.?

Д. 4 дес. или 40.

У. Поэтому $\frac{1}{3}$ отъ всего числа что̀ составитъ?

Д. 43.

819 : 9 = 91; 819 = 81 дес. + 9; $\frac{1}{9}$ отъ 81 дес. = 9 дес.; $\frac{1}{9}$ отъ 9 = 1; 9 дес. + 1 = 91.

4) 135 : 5 = 27; 135 = 10 дес. + 35 ед.; $\frac{1}{5}$ отъ 10 дес. = 2 дес. или 20 ед.; $\frac{1}{5}$ отъ 35 = 7; 20 + 7 = 27.

У. Какъ лучше разложить число 135, на 13 дес. и 5 ед. или 10 дес. и 35 ед.?

Д. Лучше на 10 дес. и 35. ед., потому что легче взять $\frac{1}{5}$ отъ 10 дес. и 35 ед., нежели отъ 13 дес. и 5 ед.

5) 5680 : 8 = 710; 5680 = 56 сот. + 8 дес.; $\frac{1}{8}$ отъ 56 сот. = 7 сот.; $\frac{1}{8}$ отъ 8 дес. = 1 дес.; 7 сот. + 1 дес. = 710.

6) $6309 : 9 = 701$; $6309 = 63$ сот. + 9 ед.; $\frac{1}{9}$ отъ 63 с. = 7 сот.; $\frac{1}{9}$ отъ $9 = 1$; 7 с. + 1 ед. = 701.

Рота солдатъ, размѣщенная въ три шеренги, стоитъ въ строю; въ ней всего 261 чел. Сколько приходится на каждую шеренгу? — Много ли придется получить каждому изъ 8 работниковъ, если всѣмъ имъ раздѣлить на равныя части 232 руб.? — У меня было 584 руб.; изъ этихъ денегъ я издержалъ четвертую часть; сколько у меня осталось? — Четыре человѣка изъ 708 рублей получивъ третью часть, раздѣлили ее поровну между собою. Посколько каждый получилъ? —

b. *Если дѣлимое не составляетъ кратнаго числа вразсужденіи дѣлителя.*

Повторивъ при этомъ случаѣ ряды, помѣщенные въ № 22, учитель сперва упражняетъ дѣтей въ дѣленіи одной сотни и одной тысячи. Вотъ ряды для этого:

1) $100 : 2 = 50$;

$100 : 3 = 33\frac{1}{3}$; $100 = 90 + 10$; $\frac{1}{3}$ отъ $90 = 30$; $\frac{1}{3}$ отъ $10 = 3\frac{1}{3}$; $30 + 3\frac{1}{3} = 33\frac{1}{3}$.

$100 : 4 = 25$; $100 = 80 + 20$; $\frac{1}{4}$ отъ $80 = 20$; $\frac{1}{4}$ отъ $20 = 5$.

$100 : 5 = 20$; $100 = 10$ дес.; $\frac{1}{5}$ отъ 10 д. = 2 дес. или 20.

$100 : 6 = 16\frac{4}{6}$; $100 = 60 + 40$; $\frac{1}{6}$ отъ $60 = 10$; $\frac{1}{6}$ отъ $40 = 6\frac{4}{6}$.

$100 : 7 = 14\frac{2}{7}$; $100 = 70 + 30$; $\frac{1}{7}$ отъ $70 = 10$; $\frac{1}{7}$ отъ $30 = 4\frac{2}{7}$

$100 : 8 = 12\frac{4}{8}$; $100 = 80 + 20$; $\frac{1}{8}$ отъ $80 = 10$; $\frac{1}{8}$ отъ $20 = 2\frac{4}{8}$.

$100 : 9 = 11\frac{1}{9}$; $100 = 90 + 10$; $\frac{1}{9}$ отъ $90 = 10$; $\frac{1}{9}$ отъ $10 = 1\frac{1}{9}$.

Или: $\frac{1}{2}$ отъ $100 = 50$;

$\frac{1}{3}$ — $100 = 33\frac{1}{3}$;
$\frac{1}{4}$ — $100 = 25$, и т. д.

2) $1000 : 2 = 500$;
$1000 : 3 = 333\frac{1}{3}$; $1000 = 900 + 100$; $\frac{1}{3}$ отъ 900 $= 300$; $\frac{1}{3}$ отъ $100 = 33\frac{1}{3}$; $300 + 33\frac{1}{3} = 333\frac{1}{3}$, и т. д.

Потомъ:

3) $130 : 3 = 43\frac{1}{3}$; $130 = 12$ д. $+ 10$; $\frac{1}{3}$ отъ 12 д. $=$ 4 д. или 40; $\frac{1}{3}$ отъ $10 = 3\frac{1}{3}$; $40 + 3\frac{1}{3} = 43\frac{1}{3}$.
$251 : 6 = 41\frac{5}{6}$; $251 = 240 + 11$; $\frac{1}{6}$ отъ $240 = 40$; $\frac{1}{6}$ отъ $11 = 1\frac{5}{6}$; $40 + 1\frac{5}{6} = 41\frac{5}{6}$.
$709 : 8 = 88\frac{5}{8}$; $709 = 70$ дес. $+ 9$ ед. или 64 дес. $+$ 69 ед.; $\frac{1}{8}$ отъ 64 д. $= 8$ дес.; $\frac{1}{8}$ отъ $69 = 8\frac{5}{8}$.
$4573 : 5 = 914\frac{3}{5}$; $4573 = 45$ сот. $+ 73$ един.; $\frac{1}{5}$ отъ 45 сот. $= 9$ сот. или 900; $73 = 50 + 23$; $\frac{1}{5}$ отъ 50 есть 10; $\frac{1}{5}$ отъ $23 = 4\frac{3}{5}$; $900 + 10 + 4\frac{3}{5} = 914\frac{3}{5}$.

II. *Если дѣлитель состоитъ изъ двухъ членовъ.*

а) *Дѣлимое есть кратное относительно дѣлителя.*

1) $120 : 20 = 6$;
$1200 : 20 = 60$;
$12000 : 20 = 600$, и т. д.

Или: $\frac{1}{20}$ отъ $120 = 6$;
$\frac{1}{20}$ — $1200 = 60$;
$\frac{1}{20}$ — $12000 = 600$, и т. д.

Или:

6 есть $\frac{1}{20}$ отъ 120; потому что $6 \times 20 = 120$;
60 — $\frac{1}{20}$ — 1200; — — $60 \times 20 = 1200$,
и т. д.

2) $84 : 12 = 7$;
$840 : 12 = 70$;
$8400 : 12 = 700$, и т. д.

3) $156 : 12 = 13$; $156 = 12$ д. + 36 ед.; $\frac{1}{12}$ отъ 12 д. = 1 дес., или 10; $\frac{1}{12}$ отъ 36 есть 3; $10 + 3 = 13$.

4) $2176 : 17 = 128$; $2176 = 17$ сот. + 476; $\frac{1}{17}$ отъ 17 с. = 100; $476 = 34$ д. + 136; $\frac{1}{17}$ отъ 34 д. = 2 д.; $\frac{1}{17}$ отъ $136 = 8$; $100 + 20 + 8 = 128$.

b. *Дѣлимое не есть кратное число относительно дѣлителя.*

$547 : 78 = 7\frac{1}{78}$; $7 \times 78 = 546$; но $8 \times 78 = 624$, что болѣе 547.

Далѣе четыречленнаго дѣлимаго и двучленнаго дѣлителя изустное исчисленіе продолжать не должно, потому что и такіе примѣры уже требуютъ со стороны дѣтей напряженнаго вниманія.

Примѣненія. Какую часть 30 составляетъ отъ 60, 90, 120, 150? — Какую часть 8 сотень составляютъ отъ 24 сот., 32 с., 64 сот. и т. д.? — 24 есть какая часть отъ 49, 78, 110 и т. д.? — Какое число, умноженное на 17, даетъ въ произведеніи 153? — Разстояніе отъ Петербурга до Астрахани составляетъ 2124 версты; сколько дней пѣшеходецъ пробудетъ въ дорогѣ, если каждый день будетъ проходить по 36 верстъ? — Я задумалъ три числа, изъ которыхъ первое равно 540, второе равно первому, раздѣленному на 5, а третье равно второму, раздѣленному на 9. Сколько составляетъ сумма задуманныхъ мною чиселъ? — Во сколько разъ 15 менѣе 270? — Если на каждые 100 руб. получается прибыли по 5 руб., то во сколько разъ капиталъ болѣе своей прибыли? — Найти пару чиселъ, изъ которыхъ первое было бы менѣе втораго въ 19 разъ? — Я задумалъ такое число, которое если взять три раза и къ произведенію прибавить 119; то получимъ 500. Какое это число? — Найти такое число, которое если взять четыре раза и къ произведенію приложить 135, то получится семикратное то же число. — Неизвѣстное число, умноженное на 95, сорока девятью болѣе 46. Найти неизвѣстное. —

По скольку получитъ каждый изъ 12 работниковъ, если между ними раздѣлить по равной части 360? — Если каждый день издерживается по 13 гарнцевъ овса, то сколько четвериковъ будетъ издержано во всю недѣлю? — Отъ 1-го января по 25 марта сколько выйдетъ недѣль? — Отъ Егорьева дня (23-го апрѣля) до Рождества Христова (25-го декабря) сколько мѣсяцевъ и сколько дней? — Если каждый день проходить по 35 верстъ, то во сколько недѣль можно поспѣть изъ Петербурга въ Москву, разстояніе между которыми городами 700 верстъ? — Продано 157 аршинъ сукна, по 19 руб. аршинъ, и при этой продажѣ получено прибыли 628 руб. Сколько рублей стóитъ аршинъ? — Сколько въ каждомъ изъ трехъ равныхъ рядовъ должно поставить солдатъ, чтобы можно было составить такую колонну, въ которой было бы 12 рядовъ, и въ каждомъ ряду по 84 человѣка? — Каждому изъ 20 учениковъ дана тетрадь въ 6 листовъ. Какую часть стопы составляетъ розданная бумага? — Ученикъ долженъ изучить книгу въ 368 страницъ. Онъ въ 7 уроковъ изучилъ 108 страницъ этой книги. Во сколько уроковъ онъ пройдетъ всю книгу, если въ каждой урокъ будетъ изучать по равному числу страницъ? — Сумма двухъ чиселъ равна 391. Если бóльшее раздѣлить на меньшее, то получится 16. Найти оба слагаемыя? — Что составляетъ *восьмая* и *двѣнадцатая* части отъ 7200? — Какое число, умноженное на 12, дастъ то же самое число, какое происходитъ отъ раздѣленія 6480 на 18? — Вмѣсто 5000 верстъ сколько можно взять миль? — Одинъ работникъ отъ Егорьева дня (23-го апрѣля) до дня Покрова Богородицы (1-го октября) заработалъ 350 руб. Сколь велика была его выработка въ каждый мѣсяцъ? —

β. Письменное исчисленіе.

Форма дѣленія была уже показана во Второй Степени. Учитель можетъ повторить здѣсь, что если какое-либо число, напримѣръ 547, требуется раздѣлить на другое, напр. 6, то пишется такъ:

дѣлитель	дѣлимое	частное
5	547	109
	5	
	» 47	
	45	
	» 2 ост.	

или такъ:

дѣлимое	дѣлитель
547	5
5	109 частное
» 47	
45	
» 2 ост.	

или проще $547 : 5 = 109\frac{2}{5}$.

При этомъ случаѣ объясняютъ ученикамъ названія: дѣлимое дѣлитель и частное. Также замѣчаютъ, что если частное показываетъ всегда, сколько разъ дѣлитель содержится въ дѣлимомъ, то повторивъ частное столько разъ, сколько единицъ въ дѣлителѣ, и прибавивъ къ этому произведенію остатокъ, если таковой имѣется, получимъ дѣлимое. На этомъ замѣчаніи основывается *повѣрка дѣленія.*

Придерживаясь того же порядка, что и въ изустномъ исчисленіи, покажемъ въ примѣрахъ разные случаи дѣленія, отъ легчайшаго до самаго труднаго.

а. *При одночленномъ дѣлителѣ.*

1, *Какъ велика половина отъ* 6528? — *Отв.* 3214.

Число $6428 = 6000 + 400 + 20 + 8$; поэтому здѣсь нужно дѣлить:

a, 6000 на 2, что	=	3000		
b, 400 — 2, —	=	200	}	отдѣльныя части.
c, 20 — 2, —	=	10		
d, 8 — 2, —	=	4		

И такъ сумма частей = 3214.

Полное дѣленіе представляется въ такомъ видѣ:

```
Дѣлитель, | дѣлимое,  частное.
        2 | 6428  =  3000
            6000
          ------
        2 | 428   =   200
            400
          ------
        2 | 28    =    10
            20
          ------
        2 | 8     =     4
            8        -----
          ------     3214.
            »
```

```
Сокращенно: дѣлитель, | дѣлимое,  частное.
                    2 | 6428  =  3214
                      | 6...
                      ------
                        4..
                        4..
                        ---
                         2.
                         2.
                         --
                          8
                          8
                          -
                          »
```

Поясненіе. Здѣсь поступаютъ такъ: $\frac{1}{2}$ отъ 6 тыс. = 3 тыс. (2 въ 6 тыс. содержится 3 тысячи разъ); ставятъ 3 тыс. (или просто 3, подразумѣвая подъ этою цифрою тысячи) послѣ знака равенства, потомъ говорятъ: 3 тыс. $\times$ 2 (или просто 3×2) = 6 тыс., которое число и пишутъ подъ 6428, проводятъ черту, и по вычитаніи переносятъ за черту слѣдующую цифру 4. Далѣе продолжаютъ: $\frac{1}{2}$ отъ 4 сотсоставляетъ 2 сотни; пишутъ цифру 2 справо цифры 3, которая означаетъ тысячи, и умножаютъ 2 на 2, и т. д.

Вотъ самая кратчайшая форма того же примѣра:

$$(\text{дѣлитель})\ 2)\ \frac{6428\ (\text{цѣлое})}{3214\ (\text{часть})}$$

Подчеркиваютъ дѣлимое, ставятъ дѣлителя предъ дѣлимымъ, и потомъ подъ каждымъ членомъ послѣдняго пишутъ соотвѣтствующій ему членъ частнаго.

2. *Раздѣлить* 5895 *на* 5.

$5895 = 5000 + 800 + 90 + 5.$

Но такъ какъ 5 не содержится въ 8 сотн. равнаго числа разъ сотенъ, то 5895 лучше разложить на $5000 + 500 + 350 + 45$.

Такимъ образомъ:

а) 500 : 5 = 1000	или	5 | 5895	= 1000
500 : 5 = 100		5000	
350 : 5 = 70		5 | 895	= 100
45 : 5 = 9		500	
частное 1179		5 | 395	= 70
		350	
		5 | 45	= 9
			1179

Поясненіе. Здѣсь сперва 5 тыс. дѣлятся на 5 частей, каждая = 1 тыс. Умноживъ полученную часть частнаго на дѣлителя, вычитаютъ произведеніе изъ дѣлимаго. Остается раздѣлить 895. Для этого сносятъ 8 сот. за черту; но какъ 5 содержится въ 8 только одинъ разъ, то въ частномъ получаютъ всего 1 сот.; остальныя же три сотни, по вычитаніи пятикратной сотни изъ 800, приводятъ въ десятки. 3 сот. = 30 дес., и еще 9 десятковъ, составятъ всего 39 десятковъ. 5 въ 39 десяткахъ содержится 7 разъ; поэтому въ частномъ ставятъ 7 десят., а остальные десятки, превращенные въ единицы и сложенные съ единицами дѣлимаго, даютъ 45 ед.; $\frac{1}{5}$ отъ 45 есть 9. И такъ все частное составляетъ число 1179.

Краткій способъ:

```
5 | 5895 = 1179
  | 5...
  ----
     8..
     5..
    ----
     39.
     35.
    ----
      45
      45
      --
       «
```

Здѣсь точки замѣняютъ нули.

Наконецъ дѣти привыкнутъ писать безъ точекъ, и примутъ слѣдующую форму дѣленія:

```
5895 : 5 = 1179
5
--
 8
 5
 --
 39
 35
 --
  45
  45
  --
```

Или производя вычитаніе въ умѣ, будутъ писать такъ:

```
5895 : 5 = 1179
 39
  45
  --
  « «
```

Примѣч. Къ сокращенной формѣ дѣленія дѣти должны только тогда привыкать, когда они вполнѣ усвоятъ себѣ всѣ правила дѣленія.

3. *Раздѣлить* 1827 *на* 3.

```
1827 : 3 = 609.
18
--
  27
  27
  --
   «
```

Поясненіе. Сперва надобно раздѣлить 1 тыс. на 3 части. Очевидно, что для полученія въ частномъ

1 тысячи, дѣлимое должно имѣть 3 тыс.; поэтому въ частномъ могутъ быть только сотни, а не тысячи. И такъ 1 тысячу превративъ въ сотни и прибавивъ 8 сот. дѣлимаго, получаютъ всего 18 сот., которыя и дѣлятъ на три. Третья часть отъ 18 сот. = 6 сот. (Это все тоже, чтобы узнать высшую цифру частнаго, надобно не одну, а двѣ первыя цифры дѣлимаго раздѣлить на 3). По вычитаніи 3 × 6 сот. или 180, изъ дѣлимаго, останется въ послѣднемъ только 2 дес. и 7 един.; 2 дес. нельзя такъ раздѣлить на три части, чтобы въ каждой пришлось хотя по одному десятку, и потому эти десятки приводятся въ единицы; для показанія же, что въ частномъ нѣтъ десятковъ, пишутъ на второмъ его мѣстѣ 0. Два десятка и 7 един. или 27, будучи раздѣлены на 3, даютъ третію и вмѣстѣ послѣднюю цифру частнаго, а именно 9.

При этомъ случаѣ надобно замѣтить дѣтямъ, что если первая цифра дѣлимаго менѣе цифры, которая означаетъ дѣлителя, то въ частномъ всегда выйдетъ число одною цифрою менѣе, нежели сколько цифръ въ дѣлимомъ; такъ, если въ дѣлимомъ четыре цифры, то въ частномъ три, и т. д.

Если по окончаніи дѣленія произойдетъ остатокъ, то его приписываютъ къ частному, но при этомъ означаютъ, что и онъ долженъ быть раздѣленъ на того же дѣлителя. Такъ наприм. если при дѣленіи на 3, получимъ въ остаткѣ 1, то къ прежнему частному приписываютъ $\frac{1}{3}$, то есть, этимъ показываютъ, что и отъ остатка тоже взята третья часть.

Примѣръ: $9545 : 8 = 1193\frac{3}{8}$

$$\begin{array}{r} 9545 \\ \underline{8} \\ 15 \\ \underline{8} \\ 74 \\ \underline{72} \\ 25 \\ \underline{24} \\ 3:8 \end{array}$$

На каждый изъ показанныхъ случаевъ учитель предлагаетъ дѣтямъ по нѣсколько примѣровъ, и не прежде идетъ впередъ, пока увѣрится, что дѣти умѣютъ хорошо дѣлить всякое многочленное число на одночленное.

b. *Если дѣлимое есть число* 10, 100, 1000 *и проч., то для полученія частнаго стóитъ только раздѣлить запятою дѣлимое на двѣ части, изъ которыхъ справо было бы столько цифръ, сколько нулей въ дѣлителѣ: тогда число, стоящее съ лѣвой стороны запятой, означитъ частное, а съ правой остатокъ, который произойдетъ отъ дѣленія.*

1. 1560 *раздѣлить на* 10.

1000 : 10 все тоже, что 100 : 1 = 100.
500 : 10 — — — 50 : 1 = 50.
60 : 10 — — — 60 : 1 = 60.
частное 156, т. е.

раздѣляютъ число 1560 запятою на двѣ части, вотъ такъ: 156,0. Число 156 есть частное; нуль же, стоящій съ правой стороны, показываетъ, что дѣленіе произойдетъ безъ остатка.

2. *Раздѣлить* 45000 *на* 100, 1000 *и пр.*

45000 : 100 все тоже, что 4500 : 10 или 450 : 1 = 450.
45000 : 1000 — — — 45 : 1 = 45, и проч.

Здѣсь учитель старается обратить вниманіе дѣтей на весьма важное ариѳметическое правило, *что при уменьшеніи въ одинакое число разъ дѣлимаго и дѣлителя частное не перемѣняется.*

Проницательный учитель уже заблаговременно знакомитъ дѣтей съ тѣми мѣстами науки, на которыхъ впослѣдствіи основывается большее число правилъ и пріемовъ. Такъ, если ученикъ хорошо понялъ, что частное не перемѣняется чрезъ увеличеніе или уменьшеніе въ одинакое число разъ какъ дѣлимаго такъ и дѣлителя, то его не будетъ уже потомъ затруднять ни сокращеніе дробей, ни приведеніе ихъ къ одинакому знаменателю, ни дѣленіе простыхъ и десятичныхъ дробей, и т. д.

3. *Чему будетъ равна каждая часть, если* 182 *раздѣлить на* 100?

Отв. $1\frac{82}{100}$; потому что сотая часть отъ 100 есть 1; 8 дес. и 2 един. или 82 не составляютъ цѣлой сотни, а только части отъ нея. Если сотая часть отъ 1 есть $\frac{1}{100}$, то сотая часть отъ 82 въ 82 раза болѣе одной сотой, или $\frac{82}{100}$.

c. *Если дѣлитель состоитъ изъ нѣсколькихъ десятковъ, или сотенъ, или тысячъ, и т. д., то отъ дѣлимаго съ правой руки къ лѣвой отдѣляютъ столько цифръ, сколько въ дѣлителѣ нулей, и оставшееся число раздѣляютъ на однѣ значащія цифры дѣлителя.*

1. *Раздѣлить* 4560 *на* 20.

4560 : 20 все тоже, что 456 дес.: 2 е.; поэтому въ частномъ получится 228.

Дѣленіе располагается какъ и прежде, причемъ, какъ нули дѣлителя такъ и число цифръ дѣлимаго равное числу этихъ нулей, отдѣляются запятыми.

$$456{,}0 : 2{,}0 = 228.$$

Чрезъ отнятіе по одному нулю у обоихъ чиселъ, мы уменьшили въ одинакое число разъ какъ дѣлимое такъ и дѣлителя; поэтому частное не измѣнится.

2. *Сколько разъ* 30 *содержится въ* 5643?

$$564{,}3 : 3{,}0 = 188\tfrac{3}{30}.$$

```
3
26
24
 24
 24
  3
```

Такъ-какъ дѣлитель, по отнятіи нуля, въ десять разъ уменьшится, то, для неизмѣнности частнаго, должно во столько же разъ уменьшить и дѣлимое, что будетъ сдѣлано, если зачеркнемъ въ дѣлимомъ послѣднюю цифру 3. Отсюда получаемъ $564 : 3 = 188$. Однако не должно оставлять безъ вниманія зачеркнутую цифру 3: она, будучи раздѣлена на 30, приметъ слѣдующій видъ: $\frac{3}{30}$. Дробь $\frac{3}{30}$ приписывается къ частному. Слѣдственно полное частное есть $188\frac{3}{30}$.

3. *Чему равняется* 300 *часть* 14567?

Отв. $48\frac{167}{300}$.

Рѣшеніе: $14567 : 300 = 145{,}67 : 3{,}00 = 48\frac{167}{300}$

```
12
 25
 24
 167
```

d. *Какъ дѣлимое такъ и дѣлитель суть числа многочленныя.* (Самый трудный случай дѣленія).

Порядокъ расположенія тотъ же, что и въ предыдущихъ случаяхъ.

1. *Если дѣлимое и дѣлитель имѣютъ по одинакому числу цифръ, то для полученія частнаго сравниваются между собою высшіе разряды обоихъ чиселъ.*

Раздѣлить 456 *на* 206.

$$456 : 206 = 2\tfrac{44}{206}$$
$$\underline{412}$$
$$44.$$

Здѣсь сравниваютъ только 2 сотни дѣлителя съ 4 сотнями дѣлимаго (2 въ 4 = 2). 2 × 206 = 412. Это произведеніе вычитаютъ изъ 456, и получаютъ въ остаткѣ 44. Остатокъ 44 не можетъ быть раздѣленъ на 206, слѣдственно онъ пишется подлѣ частнаго, но съ показаніемъ, что и онъ долженъ быть раздѣленъ на 206, то есть такъ: $\frac{44}{206}$.

Когда по сравненіи подобнымъ образомъ высшихъ разрядовъ обоихъ чиселъ, получится число, которое будетъ единицею болѣе настоящаго частнаго, то его уменьшаютъ.

Напримѣръ: *что составляетъ* 2562-*я часть отъ* 8351?

$$8.3.5.1 : 2562 = 3$$
$$\underline{7686}$$
$$665$$

Здѣсь, сравнивая тысячи обоихъ чиселъ, получаемъ въ выводѣ 4 единицы. Но 4 × 5 сот. = 20 сот., тогда какъ въ дѣлимомъ всего только 3 сотни; поэтому для частнаго должно взять 3. Еслибъ взяли 4, то получили бъ 4 × 2562 или 10248, что очевидно болѣе дѣлимаго.

Изъ такого случая извлекаемъ слѣдующее правило:

»*Если чрезъ умноженіе принятаго частнаго на дѣлителя получится большее число, нежели дѣли-*

мое, то для частнаго должно взять меньшее число, нежели какое взято было сначала. Обратно: если по вычитаніи произведенія дѣлителя на частное, получится въ остаткѣ число, которое будетъ равно дѣлителю или превышать его, то это явный знакъ, что для частнаго взято мало единицъ.«

Раздѣлить 863 на 142.

$$\left.\begin{array}{l} 863 : 142 = 5 \\ \underline{710} \\ 153 \end{array}\right\}$$ ложное дѣленіе.

Число $863 = 800 + 60 + 3$, а $142 = 100 + 40 + 2$. Хотя 100 содержится въ 800 с. 8 разъ, однако если для частнаго возьмемъ 8, то по умноженіи 8 на 142 получимъ число, которое будетъ гораздо болѣе 863. Уменьшивъ же 8, положимъ на 3, увидимъ, что 5 менѣе настоящаго частнаго, потому что по вычитаніи произведенія 5×142, получается въ остаткѣ 153, что превышаетъ дѣлителя. Соображаясь такимъ образомъ, найдемъ, что настоящее частное есть $6\frac{11}{142}$.

Учитель долженъ чаще заставлять дѣтей дѣлать подобныя соображенія.

2. *Если дѣлимое и дѣлитель не суть равночленныя числа.* Здѣсь также сравниваютъ между собою высшіе разряды обоихъ чиселъ.

Раздѣлить 672 *на* 32.

Рѣшеніе.

$$\begin{array}{l} 672 : 32 = 21 \\ \underline{64} \\ \;\;32 \\ \;\;\underline{32} \\ \;\;\text{» »} \end{array}$$

Для нахожденія настоящаго частнаго, сравните 3 (высшій разрядъ дѣлителя) съ 6 (высшимъ чле-

номъ дѣлимаго); найдете, что первое число содержится во второмъ 2 раза. Умноживъ 2 на дѣлителя 32, получите 64; вычтя же 64 изъ 67, получите 3, а приложивъ послѣднюю цифру 2, будете имѣть всего въ остаткѣ 32; раздѣливъ наконецъ 32 на 32, узнаете и другую цифру частнаго.

Раздѣлить 12860 на 2566.

Рѣшеніе.

$$\begin{array}{l} 12860 : 2566 = 5\tfrac{30}{2566}. \\ \underline{12830} \\ \quad 30. \end{array}$$

Четыречленный дѣлитель требуетъ всѣхъ 5 членовъ дѣлимаго, потому что высшій разрядъ перваго не содержится въ высшемъ разрядѣ втораго ни одного раза. — 2 т. въ 12 тыс. содержатся 6 разъ, но 6 для частнаго велико, потому что 6 × 2566 болѣе 12860. Слѣдственно для частнаго надобно взять 5; по вычитаніи 5 × 2566 изъ 12860, получимъ въ остаткѣ 30.

```
2874532 : 4236 = 678
25416.........................2541600 ⎫
 33293                                ⎪
 29652.........................296520 ⎬ частныя произвед.
  36412                               ⎪
  33888.........................33888 ⎭
   2524                       2872008
                             + 2524 (ост.)
                              2874532 (дѣлимое).
```

Послѣ всего сказаннаго, предлежащій примѣръ не требуетъ особаго объясненія.

3. *Если дѣлимое и дѣлитель имѣютъ на концѣ нули.* Дѣйствіе то же, какое показано было въ отдѣлѣ *с.* Вотъ примѣръ:

1) 695784,0 : 53,0 = 13128.
```
 53
 ---
 165
 159
 ---
  67
  53
 ---
  148
  106
  ---
   424
   424
   ---
   » » »
```

2) 87429,50 : 32,00 = 2732
```
 64
 ---
 234
 224
 ---
  102
   96
  ---
    69
    64
   ---
    550 (остатокъ).
```

Сокращенія при письменномъ дѣленіи.

1. Важнѣйшее сокращеніе при письменномъ дѣленіи состоитъ въ томъ, чтобы, не подписывая подъ дѣлимымъ частныхъ произведеній, которыя получаются отъ умноженія дѣлителя на каждую цифру частнаго, прямо вычитать ихъ изъ дѣлимаго, означая только остатки. Возьмемъ для объясненія послѣдній примѣръ:

```
87429,50 : 32,00 = 2732
234
 102
   69
  ---
  550.
```

2 × 32 составляютъ 64; вычитая умственно это число изъ двухъ первыхъ цифръ дѣлимаго, означимъ подъ послѣднимъ одинъ только остатокъ (23). По снесеніи къ остатку слѣдующей цифры дѣлимаго, и по нахожденіи втораго частнаго произведенія 224, вычитаемъ его опять только въ умѣ изъ 234, письменно же изображаемъ снова одинъ остатокъ (10), и т. д.

Означенный здѣсь сокращенный способъ несказанно развиваетъ силу вниманія, и потому его преимущественно должно употреблять, когда дѣти уже хорошо познакомились

съ дѣленіемъ. Отсюда зависитъ быстрота въ рѣшеніи задачъ. Намъ по опыту извѣстно, что ученикъ, хорошо изучившій дѣленіе, можетъ въ пять минутъ разрѣшить подобный послѣднему примѣръ, и въ то же время чрезъ умноженіе повѣрить свою работу.

2. Если дѣлитель разлагается на сомножителей, то дѣлимое можно поодиначкѣ раздѣлить на нихъ, чрезъ что придемъ къ тому же результату, какъ и при раздѣленіи вдругъ на всего дѣлителя.

Раздѣлить 2536770 на 105.

Число $105 = 3 \times 5 \times 7$; поэтому раздѣлимъ дѣлимое сперва на 3, потомъ на 5, и наконецъ на 7.

Дѣйствіе можно представить такъ:

```
2536770 : 3
 845590 : 5
 169118 : 7
  24159 5/7
```

Повѣрка дѣленія.

Частное показываетъ, сколько разъ надобно повторить дѣлителя, чтобы вышло дѣлимое; слѣдственно если умножите дѣлителя на частное, и къ произведенію прибавите остатокъ, въ случаѣ когда онъ имѣется, то получите дѣлимое. Такъ повѣряютъ дѣленіе.

Вотъ примѣръ сокращеннаго дѣленія, вмѣстѣ съ его повѣркою.

```
29·13·23917 : 6079 = 47923
 48·163                6079
   561·09            ------
     1398·1          431307
       18237        335461
     -------       287538
      « « « « «    ---------
                   291323917
```

Наконецъ, по примѣру предыдущихъ упраж-

ній, сообщаются дѣтямъ правила дѣленія, которыя вкратцѣ суть слѣдующія:

1. *Чтобы раздѣлить бо́льшее число на меньшее, должно написать въ одной строкѣ дѣлимое и дѣлителя, поставивъ между ними знакъ дѣленія (:), а послѣ дѣлителя знакъ равенства (=), за которымъ уже ставится искомое частное.*

2. *Для отысканія первой цифры частнаго, отъ дѣлимаго съ лѣвой стороны берутъ столько знаковъ, чтобы число, ими изображаемое, заключало въ себѣ дѣлителя не менѣе одного и не болѣе 9 разъ. Послѣ того узнаютъ, сколько именно разъ данный дѣлитель заключается во взятой части дѣлимаго. Цифру найденнаго такимъ образомъ числа пишутъ въ частномъ (за знакомъ равенства).*

3. *Когда первая цифра частнаго найдена, то ее умножаютъ на дѣлителя, и полученное произведеніе, подписавъ подъ взятою частію дѣлимаго, вычитаютъ изъ послѣдней.*

4. *Къ остатку прибавляютъ (сносятъ) слѣдующую цифру дѣлимаго, и съ новою частію дѣлимаго поступаютъ также для полученія второй цифры частнаго, которая по отысканіи пишется за первою цифрою.*

5. *Если по прибавленіи къ остатку слѣдующей цифры дѣлимаго, получится число меньшее дѣлителя, то прибавляютъ еще цифру дѣлимаго, въ частномъ пишутъ нуль, и потомъ поступаютъ какъ прежде. Такъ продолжаютъ дѣйствіе до конца.*

6. *Если при концѣ дѣйствія получится остатокъ, то его также приписываютъ къ частному, только въ видѣ дроби, т. е. подъ нимъ подписыва-*

ютъ дѣлителя, для показанія, что и этотъ остатокъ долженъ быть раздѣленъ на него.

7. ***При раздѣленіи меньшаго числа на бо́льшее, также какъ и при остаткѣ дѣлимаго, довольствуются только изображеніемъ дѣйствія, которое на самомъ дѣлѣ произвести нельзя.***

Раздѣлить одно число на другое значитъ по двумъ этимъ числамъ найти третіе, которое бы показывало, сколько разъ надобно взять второе изъ нихъ, чтобы получить первое. ***Поэтому цѣль дѣленія есть нахожденіе по данному произведенію и одному изъ множителей другаго множителя.***

Примѣчаніе. Частныя правила дѣленія, служащія собственно къ сокращенію дѣйствія, сообщаются ученикамъ при самыхъ примѣрахъ.

Примѣненія. Узнать, во сколько разъ 924759 болѣе 14596. — Изъ двухъ чиселъ большее равно 428178, а меньшее въ 987 разъ менѣе его. Чему равно меньшее? — Во сколько разъ 4560 менѣе произведенія изъ 10274 на 5632? — Раздѣлить 3905344 на 9148, а 978836 на 2287, и потомъ опредѣлить, во сколько разъ первое частное болѣе втораго? — На 100000 руб. куплено сукна, и за каждый аршинъ заплачено по 19 руб. Сколько куплено всего аршинъ? — На какое число надобно умножить 1185, чтобы получить въ произведеніи 63990? —

Прежде нежели учитель кончитъ предлежащее упражненіе, онъ можетъ вкратцѣ сообщить дѣтямъ понятіе о *дѣлителяхъ.*

Всякое произведеніе двухъ чиселъ дѣлится безъ остатка, или *нацѣло,* на каждаго изъ своихъ сомножителей. Сомножители въ отношеніи своего произведенія называются *дѣлителями.* Такъ наприм. $15 = 3 \times 5$; слѣдственно 3 и 5 суть дѣлители 15.

Если какое-либо число не дѣлится *нацѣло* ни на какое другое число, кромѣ самого себя и единицы, то называется *первымъ;* въ противномъ же случаѣ *сложнымъ.* Число 7 есть первое, потому что оно не дѣлится нацѣло ни на какое число, кромѣ 7 и 1; число 6 есть *сложное,* потому что оно кромѣ того, что дѣлится на 6 и 1, дѣлится еще на 2 и на 3 безъ остатка.

Если число состоитъ изъ трехъ и болѣе сомножителей, то каждый изъ нихъ дѣлитъ его *нацѣло.*

У. Скажите, которыя изъ первыхъ девяти натуральныхъ чиселъ суть первыя?

Д. 1, 2, 3, 5, 7.

У. Почему?

Д. Потому что каждое изъ нихъ дѣлится только на самого себя и 1.

У. Какія же *сложныя?*

Д. 4, 6, 9, 10.

У. Почему?

Д. 4 дѣлится на 2 безъ остатка; 6 на 2 и на 3; 9 на 3; 10 на 2 и на 5.

У. Найдите всѣхъ дѣлителей числа 12!

Д. 1, 2, 3, 4, 6, 12.

У. Числа 36!

Д. 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

У. 48!

Д. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.

У. Сравнивая дѣлителей всѣхъ трехъ чиселъ 12, 36 и 48, находимъ, что числа 2, 3, 4, 6, 12 могутъ назваться въ отношеніи ихъ *общими,* потому что всѣ три числа дѣлятся на каждаго изъ означенныхъ дѣлителей безъ остатка.

Что такое общій дѣлитель двухъ или болѣе чиселъ?

Кромѣ того 12 именуется *общимъ наибольшимъ* дѣлителемъ трехъ чиселъ, 12, 36, 48, потому что нѣтъ другаго большаго числа, которое бы раздѣлило нацѣло каждое изъ показанныхъ чиселъ.

Отыщите всѣхъ дѣлителей чиселъ 96 и 144, и потомъ покажите какіе изъ нихъ общіе, и который наибольшій.

Два или болѣе чиселъ, которыя не имѣютъ никакого общаго дѣлителя, кромѣ единицы, называются *первыми между собою*. Такъ 17 и 19.

№ 30. ШЕСТОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Первое дополненіе къ Третьей Степени.

Исчисленія составными числами.

Исчисленія *составными числами* не требуютъ особыхъ правилъ; дѣйствія совершенно тѣ же, все различіе состоитъ въ формѣ, и потому частные примѣры лучше всего покажутъ ходъ этого дополнительнаго упражненія.

1. *Раздробленіе.*

Въ 15 пудахъ 16 ф. 9 лот. сколько всего золотниковъ?

Отв. 59163 золотника; потому что 1 пудъ = 40 фунт.; 15 пудъ = 15 × 40 ф. = 600 ф.; 600 + 16 ф. = 616 ф.; 1 ф. = 32 лот; 616 ф. = 616 × 32 л. = 19712 л.; 19712 л. + 9 л. = 19721 лоту; 1 лотъ = 3 зол., 19721 лот. = 19721 × 3 зол. = 59163 золотникамъ.

```
   15 пудъ
 × 40
  600 ф.
 + 16
  616
 × 32
 1232
1848
19712 лот.
  + 9
19721 лот.
  × 3
59163 зол.
```

Или сокращенно:

```
   15
 × 40
  616 ф.
 × 32
 1241
1848
19721
  × 3
59163.
```

Также:

```
   15 | 40
  616 | 4
 2464 | 8
19721 | 3
59163.
```

2. *Превращеніе* (обратное дѣйствіе раздробленію). *Вмѣсто* 59163 *зол. сколько можно взять пудъ?*

Отв. 15 пудъ 16 фунт. 9 лот.

```
золотн.          лот.
59163 : 3  =  19721
лоты            фунт.
19721 : 32 =  616.
  9 лот.
фунт.
 616  : 40 = 15 пуд.
 16.
```

Сокращенно:

```
59163 : 3
19721 : 32
  5 9
  616 : 40
  ¹6
   15.
```

Если вмѣсто 3 золотн. можно взять 1 лотъ, то вмѣсто

59163 золотн. получится лотовъ въ 3 раза менѣе этого числа, т. е. для полученія лотовъ, нужно 59163 раздѣлить на 3, или уменьшить втрое. Равно, чтобы получить вмѣсто 19721 лота фунты, надобно 19721 раздѣлить на 32, и т. д.

Маленькія числа, во второй строкѣ 9 и въ третьей 16, показываютъ остатки, первый отъ раздѣленія лотовъ на фунты, а другой — отъ раздѣленія фунтовъ на пуды.

Вопросы. Какое дѣйствіе употребляется для приведенія большихъ мѣръ въ меньшія того же рода? — А для обращенія меньшихъ мѣръ въ большія? — Отчего первое дѣйствіе, хотя производится чрезъ умноженіе, называется *раздробленіемъ.* Что такое *раздробленіе*? — Какъ надобно поступать при раздробленіи? — Обратное дѣйствіе раздробленію есть *Превращеніе.* — Какъ надобно поступать при превращеніи? — Можетъ ли раздробленіе также назваться превращеніемъ? — Въ чемъ состоитъ сходство между этими дѣйствіями? — Въ чемъ различіе? — Съ какой мѣры начинаютъ раздроблять? — Съ какой превращать? — Нужно ли помнить таблицу мѣръ? —

3. *Сложеніе составныхъ количествъ.*

Сколько вѣсу въ 3-хъ пушкахъ, если въ первой 60 *пудъ* 20 *ф. и* 8 *лотовъ; во второй* 62 *пуда* 23 *фунта, а въ третьей* 65 *пудъ* 28 *лотовъ?*

Отв. 188 пудъ 4 фунта 4 лота.

60	пудъ	20	фунтовъ	8	лота.
62	—	23	—	»	—
65	—	»	—	28	—
188	—	4	—	4	—

Прежде всего размѣщаютъ данныя составныя числа такъ, чтобы числа одинакихъ мѣръ находились одно подъ другимъ. Начинаютъ складывать съ чиселъ самыхъ малыхъ мѣръ, и постепенно переходятъ къ числамъ самыхъ крупныхъ мѣръ.

8 лот. + 28 = 36 лот.; но 36 лот. все равно, что 1 фунтъ и 4 лота; потому одинъ фунтъ прикладываю къ фунтамъ, а 4 лота пишу за чертою въ ря-

ду лотовъ. 20 фунт. и 23 ф. составляютъ 43 ф., и еще 1 фунтъ, полученный отъ лотовъ, 44 фунта.; но 44 фунта все тоже, что 1 пудъ и 4 фунта, и такъ подъ фунтами пишу цифру 4, а 1 пудъ прилагаю къ пудамъ. Пудъ всего вмѣстѣ съ полученными отъ фунтовъ, 188. Это число пишу подъ пудами.

Вопросы. Какъ надобно поступать, если по сложеніи чиселъ какой-либо изъ меньшихъ мѣръ произойдетъ число, въ которомъ будетъ заключаться одна или нѣсколько единицъ непосредственно большей мѣры? — А если сумма чиселъ какой-либо изъ меньшихъ мѣръ не составитъ ни одной единицы непосредственно большей мѣры? — Для чего подписываютъ числа такимъ образомъ, чтобы тѣ изъ нихъ, которыя относятся къ одной мѣрѣ, стояли въ одномъ ряду?

Примѣчаніе. Само собою разумѣется, что сначала надобно давать ученикамъ такіе примѣры, гдѣ по сложеніи числа меньшихъ мѣръ не переходятъ въ числа большихъ. Хотя исчисленія составными числами основываются на тѣхъ же четырехъ дѣйствіяхъ Ариѳметики, какъ и числа простыя, однако жъ учитель долженъ помнить, что всякая новость, даже только относительно размѣщенія чиселъ, приводитъ уже дѣтей въ замѣшательство.

Примѣненія. У трехъ братьевъ однажды спросили, сколько имъ вмѣстѣ лѣтъ? На то они отвѣчали: старшему изъ насъ 13 лѣтъ 9 мѣсяцевъ и 11 дней; средній старѣе младшаго 2 годами 5 мѣсяцами и 18 днями, а младшему 6 лѣтъ и 14 дней. — Сколько вѣсятъ три ящика со свѣчами, если въ послѣднемъ 4 пуда 3 ф. и 12 лот., во второмъ 14 ф. 9 лотами болѣе, а въ первомъ столько, сколько въ обоихъ другихъ вмѣстѣ? — Съ одной деревни получено 52 куля 7 четвериковъ и 3 гарнца овса; съ другой 40 к. 5 четвериковъ, съ третьей 25 кул. 1 четвер. и 1 гарнц., а съ четвертой столько, сколько съ первой и третьей. Много ли получено всего овса? — Александръ родился 1825 года

13 Апрѣля, а Петръ моложе его 3 год. 2 мѣс. и 15 днями. Въ какомъ году и мѣсяцѣ родился Петръ? — Покойный Государь Императоръ Александръ I-ый родился въ 1777 году 12 Декабря. Онъ жилъ на свѣтѣ 47 лѣтъ 11 мѣсяц. и 7 дней. Въ которомъ году, мѣсяцѣ и днѣ Россія лишилась Его?

4. *Вычитаніе составныхъ количествъ.*

a. *Изъ 7 стопъ 14 дестей и 15 листовъ бумаги издержано 2 стопы 11 дестей и 9 листовъ; сколько въ остаткѣ?*

Отв. 5 стопъ 3 дести 6 листовъ.

7 стопъ	14 дестей	15 листовъ
2 —	11 —	9 —
5 —	3 —	6 —

Отнять 2 стопы 11 дестей и 9 листовъ отъ 7 стопъ 14 дест. и 15 лист. значитъ вычесть листы изъ листовъ, дести изъ дестей, стопы изъ стопъ, и узнать, сколько всего выйдетъ въ остаткѣ листовъ, дестей и стопъ.

15 лист. безъ 9 лист. составляютъ 6 листовъ; пишу 6 за чертою въ ряду листовъ. Подобнымъ же образомъ узнаю, что кромѣ 6 листовъ остается 3 дести и 5 стопъ.

b. *Одному мальчику теперь отъ роду 12 лѣтъ, 7 мѣс. и 4 дня; онъ вступилъ въ школу, когда ему было 8 лѣтъ 9 мѣсяцевъ и 18 дней отъ рожденія. Сколько теперь всего времени онъ въ школѣ?*

Отв. 3 года 9 мѣс. и 16 дней.

Очевидно, что время, которое онъ прожилъ до вступленія своего въ школу, должно быть вычтено изъ времени, которое онъ прожилъ на свѣтѣ. Поэтому задачу надобно размѣстить такъ:

12 лѣтъ	7 мѣс.	4 дня
8 —	9 —	18
3 —	9 —	16.

Чтобы узнать искомое число, должно вычесть по одиначкѣ дни изъ дней, мѣсяцы изъ мѣсяцевъ и проч.

18 дней изъ 4 дней вычесть нельзя; занимаю у мѣсяцевъ верхняго числа единицу, и, превративъ ее въ дни, получаю вмѣсто 4 дней 34 дня, потому что 1 мѣсяцъ имѣетъ 30. 34 дня безъ 18 дней составляютъ 16 дней; пишу число 16 подъ чертою въ ряду дней, а чтобы показать, что у 7 мѣс. я занялъ одинъ мѣсяцъ, ставлю точку подлѣ цифры 7. Послѣ этого обращаюсь къ мѣсяцамъ: 9 мѣсяцевъ изъ 6 мѣс. также нельзя вычитать; по этой причинѣ у 12 лѣтъ верхняго или уменьшаемаго числа занимаю 1 годъ, и превративъ его въ мѣсяцы, прикладываю къ 6 мѣсяцамъ, чрезъ что и буду имѣть всего 18 мѣсяцевъ. 18 мѣс. — 9 мѣс. = 9 мѣс.; пишу 9 въ ряду мѣсяцевъ. Наконецъ, 8 лѣтъ вычтя изъ 11, получаю въ остаткѣ 3 года. Значитъ, что съ того времени, какъ мальчикъ поступилъ въ школу, прошло 3 года 9 мѣс. и 16 дней.

c. *Изъ 11 пудъ серебра распродано въ разныя времена всего 5 пудъ 14 фунтовъ и 2 золот. Сколько въ остаткѣ?*

		40°		32°		3	
11 пудъ	«	ф.	«	лот.	«	зол.	
5	—	14	—	«	—	2	—
5	—	25	—	31	—	1	—

Хотя нижнее число состоитъ изъ разныхъ мѣръ вѣса, а верхнее только изъ пудъ; однако все-таки верхнее число болѣе, потому что въ немъ гораздо болѣе единицъ большей мѣры, нежели въ нижнемъ. Такъ-какъ въ верхнемъ числѣ нѣтъ никакихъ мѣръ, кромѣ пудъ, то взявъ отъ этого числа 1 пудъ, раздробляю его на разныя мелкія мѣры. Ясно, что

1 пудъ все равно что 40 ф., или 39 ф. и 32 лота, или 39 ф. 31 лотъ и 3 золотника. И такъ вмѣсто отнятаго пуда пишу на верху мелкимъ шрифтомъ 40˙ ф. 32˙ лот. 3 зол. (Здѣсь точки показываютъ, что каждое число надобно считать единицей менѣе противъ изображеннаго). Теперь легко найти, что въ остаткѣ будетъ 5 пудъ 25 фунт. 31 лотъ и 1 золотникъ. Надобно замѣтить, что какъ въ вычитаемомъ числѣ нѣтъ вовсе лотовъ, то подъ чертою пишется соотвѣтствующее ему верхнее число безъ всякой перемѣны.

Примѣненія. Изъ 32 пудъ 14 фунтовъ муки издержано въ первый разъ 11 пудъ 23 ф., во второй разъ 9 пудъ 9 фунт.; сколько остается? — Чѣмъ 43 аптекарскихъ фунта и 6 драхмъ болѣе 29 апт. ф. 5 унцъ, 7 драхмъ и 23 гранъ? — Сколько лѣтъ жилъ покойный Императоръ Петръ I-ый, который родился въ 1672 году Мая 30 числа, умеръ въ 1725 году Января 28 числа? — Въ одно заведеніе было принято 6 стопъ 17 дестей и 10 листовъ бумаги; по прошествіи же мѣсяца осталось только 1 стопа 19 дестей и 19 листовъ. Сколько издержано? — Земля совершаетъ путь свой около солнца въ 365 сутокъ 5 часовъ 48 минутъ и 48 секундъ, а луна около земли въ 27 дней 7 часовъ 43 мин. и 30 секундъ. Сколько времени употребляетъ земля болѣе луны на свое обращеніе? —

5. *Умноженіе составныхъ чиселъ.*

Въ каждый день отпускается на одно заведеніе 9 пудъ 15 фунт. говядины; сколько отпускается въ одну недѣлю?

Здѣсь 7 дней должно принять за простое число, и задачу перемѣнить такъ: что̀ получится, если 9 пуд. и 15 фунт. повторить 7 разъ? — Очевидно, что 9 пудъ 15 фунт. надобно умножить на 7. Сперва

умножимъ 15 фунт. на 7, потомъ 9 пудъ на 7, и наконецъ узнаемъ сумму обоихъ произведеній.

9 пудъ 15 фунтовъ.
$\times 7$
65 — 25.

7×15 фунт. составляетъ 105 фунт. или 2 пуда и 25 фунт.; поэтому подъ фунтами за чертою пишу только 25 фунт., а 2 пуда на время удерживаю въ памяти. 7×9 пуд. $=$ 63 пуда, и 2 пуда, полученные чрезъ умноженіе фунтовъ, 65 пудъ. И такъ всего отпускается на заведеніе въ недѣлю 65 пудъ и 25 фунт. говядины.

Примѣненія. Если пѣшеходъ каждый день проходитъ по 25 верстъ 145 саж., то сколько онъ пройдетъ въ 28 дней? — Если на одинъ солдатскій мундиръ полагается сукна 1 арш. 13 вершк., то сколько пойдетъ такого же сукна на обмундированіе роты, въ которой всего 148 человѣкъ? — Каждый изъ 38 работниковъ получилъ за одну работу по 15 руб. 78 коп.; сколько получатъ всѣ вмѣстѣ? — Мать втрое старѣе сына, которому 8 лѣтъ 7 мѣсяцевъ и 19 дней. Сколько лѣтъ матери? — Если за 1 рубль можно купить нѣкотораго товару 2 пуда 27 фунтовъ, то сколько можно купить того же товару на 25 рублей? —

6. *Дѣленіе составныхъ чиселъ.*

При дѣленіи составныхъ чиселъ могутъ быть два случая: во 1-хъ, *какъ велика должна быть каждая часть составнаго числа, если оно будетъ раздѣлено на столько частей, сколько въ дѣлителѣ единицъ?* (Здѣсь одинъ дѣлитель принимается за простое число). Во 2-хъ, *сколько разъ въ данномъ составномъ числѣ содержится другое составное число того же рода?* (Здѣсь оба числа принимаются за простыя или отвлеченныя).

1-ый Случай. а. Четыре работника раздѣлили по равной части 8 пудъ 16 ф. 24 лот. муки. По сколько получилъ каждый? —

Вопросъ обращается въ слѣдующій: по сколько придется на каждую часть, если 8 пудъ 16 фунт. 24 лот. раздѣлить на 4? — Очевидно, что число 4 работника надобно принять за простое или отвлеченное, и раздѣлить сперва 8 пудъ на 4, потомъ 16 фунт. на 4 и наконецъ 24 лота также на 4. Дѣйствіе располагается также какъ и при дѣленіи простыхъ чиселъ.

8 пудъ 16 фунт. 24 лота : 4 = 2 пуда 4 фунт. 6 лот.
8
» 16 фунт.
16
» 24 лот.
24
»

4 содержится въ 8, 2 раза; значитъ, что если 8 пудъ раздѣлить на 4 части, то на каждую часть придется по 2 пуда; пишу 2 пуда въ частномъ, которое помѣщается послѣ знака равенства. Послѣ этого дѣлю 16 фунт. на 4, и за 2 пудами въ частномъ ставлю 4 фунта; наконецъ дѣлю 24 лота также на 4, и узнаю третью часть частнаго, именно 6 лотовъ, которые и ставлю за фунтами. Слѣдственно каждый работникъ получилъ по 2 пуда 4 фунта и 6 лотовъ муки.

b. Одному пѣшеходу назначено пройти въ 5 дней 107 верстъ 120 саженъ. Если ежедневно онъ будетъ проходить по равному числу верстъ, то какое именно разстояніе пройдетъ въ каждый день?

107 верстъ 120 саженъ : 5 = 21 верста 224 сажени.
10
» 7
5
2 вер.
× 500
1000 саж.
+ 120
1120 саж.
10
12
10
20
20
»

Размѣстивъ, какъ и прежде, задачу, дѣлю сперва 107 верстъ на 5; получаю въ частномъ 21 версту и въ остаткѣ 2 версты. Оставшіяся 2 версты привожу въ сажени, т. е. умножаю на 500; 2 × 500 = 1000 саж.; 1000 саж. и еще 120 саж. составляютъ 1120 саж. Число 1120 раздѣляю также на 5, и получаю вторую часть частнаго, именно 224 сажени. Поэтому пѣшеходъ будетъ проходить въ каждый день по 21 верстѣ 224 сажени.

c, 3 куля 7 четв. 5 гарнц. : 9 = 3 четв. 4 $\frac{1}{9}$ гарнц.
× 8
24
+ 7
31 четв.
27
4
× 8
32 гарнц.
+ 5
37
36
1

3 куля надобно раздѣлить на 9 частей; въ каждой не придется ни по одному кулю, и чтобы узнать по сколько придется четвериковъ, должно 3 куля раздробить на четверики; $3 \times 8 = 24$; 24 четв. + 7 четв. = 31 четверику.

Теперь не трудно продолжать дѣленіе.

2-ой *Случай. Раздѣлить* 14 *пудъ* 12 *ф. на* 5 *ф.* 16 *л.*

Раздѣлить 14 пудъ 12 ф. на 5 ф. 16 лотовъ значитъ тоже, что узнать, сколько разъ надобно повторить число 5 ф. 16 лот., чтобы вышло первое число. Для удобнаго сравненія чиселъ необходимо привести ихъ къ одному наименованію, а именно къ самому меньшему изъ наименованій дѣлителя, т. е. въ лоты. Дѣйствіе располагается такъ:

14 пудъ 12 фунт. : 5 фунт. 16 лота.

```
 ×40          ×32
 ----         ----
 560          160
 +12           16
 ----         ----
 572 ф.       176 лот.
 ×32
 ----
 1144
1716
-----
18304 лот. : 176 лот.
          или просто
18304 : 176 = 104.
  704
 -----
  » » »
```

И такъ дѣлителя надобно повторить 104 раза, чтобы получить частное, или, другими словами, 5 ф. 16 л. составляютъ $\frac{1}{104}$ часть отъ 14 пудъ 12 ф. Предыдущая задача можетъ быть выражена и въ такомъ видѣ:

Если каждый день издерживать по 5 *ф.* 16 *л.*

нѣкотораго товару, то во сколько времени будетъ издержано 14 п. и 12 ф. того же товару? — *Сколько надобно взять ящиковъ, чтобы уложить 14 п. 12 ф. табаку, если въ каждомъ ящикѣ помѣщается только 5 ф. 16 лот.?* — Искомое число въ обоихъ случаяхъ есть 104, но въ первомъ оно означаетъ дни, а во второмъ ящики.

Какую часть 5 ф. 10 лот. составляютъ отъ 1 пуда и 1 золотника? —

Приведя оба числа въ одинакую меньшую мѣру, т. е. въ золотники, найдемъ, что 5 ф. 10 лот. = 510 зол., а 1 пудъ 1 зол. = 3841 золотн. Ясно, что 510 нельзя раздѣлить на 3841, и потому выводу можемъ дать только видъ дѣленія $\frac{510}{3841}$.

Примѣненія. Во сколько разъ 5 сут. и 14 секундъ болѣе 45 минутъ? — 145 аршинъ сукна стоятъ 862 р. 75 коп. Сколько заплачено за 1 аршинъ? — 30 кулей 5 гарнц. овса издержано въ продолженіе 175 дней. Если ежедневно было расходовано по равному количеству, то какъ велика была выдача въ каждый день? — Изъ 1 пуда 5 фунт. мѣди сколько выйдетъ кастрюль, если каждую предположить въ 7 фунт. 4 лота? — Сколько дней могутъ продовольствоваться 500 человѣкъ 5150 пуд. 18 фунтами муки, если на каждаго полагается ежедневно 2 фунт. 24 лота? — Въ 1 мѣсяцъ 15 дней на 250 человѣкъ израсходовано 1800 пудъ 16 ф. хлѣба. Сколько хлѣба отпускалось на каждаго ежедневно? — По скольку Ивану приходится за каждый часъ работы, если онъ, работая въ день по 8 часовъ, получилъ за 35 дней 89 руб. 60 копѣекъ? —

№ 31. СЕДЬМОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Второе дополненіе къ Третьей Степени.

Видоизмѣненіе чиселъ.

Для пріобрѣтенія навыка и смѣтливости въ исчисленіи необходимо, чтобы ученикъ могъ измѣнять числа одно въ другое всякимъ возможнымъ образомъ. Онъ долженъ умѣть безошибочно отвѣчать, что такое-то число, напримѣръ *паръ*, составляетъ столько-то *троекъ*, или *четверокъ* и т. д., или, произведеніе изъ такихъ-то сомножителей, равно такому-то числу, взятому столько-то разъ, или другому, умноженному на такое-то число съ такимъ-то остаткомъ, и проч. Это видоизмѣненіе чиселъ есть по справедливости основа для прочнаго утвержденія въ наукѣ чиселъ. Чѣмъ разнообразнѣе сдѣлаетъ учитель это упражненіе, тѣмъ лучше. Онъ не долженъ бояться здѣсь ни труда, ни скуки. Несомнѣнные, блестящіе успѣхи учениковъ вознаградятъ его за постоянное и, такъ сказать, выжданное его терпѣніе. Песталоцци, — незабвенный другъ юношества — болѣе всего упиралъ въ своей методѣ на видоизмѣненіе чиселъ, и посѣтители его заведенія не перестаютъ до-сихъ-поръ удивляться успѣхамъ его учениковъ, которымъ они были очевидными свидѣтелями.

Вотъ постепенный ходъ предлежащаго упражненія.

Начнемъ видоизмѣненіемъ собирательныхъ чиселъ, каковы пара (двойка), тройка, четверка и т. д.

1. *Разложите на произвольныя собирательныя числа* 10, 15, 29 *и т. д.*

Отв. Число 10 состоитъ изъ 5 паръ или двоекъ; изъ 3 троекъ и единицы; изъ двухъ четверокъ и одной двойки; изъ 2 пятерокъ; изъ 1 шестерки и 1 четверки; изъ 1 семерки и 1 тройки; изъ 1 осьмерки и 1 двойки; изъ одной девятки и единицы.

Тоже и съ прочими числами.

2. *Какія числа можно разложить на семерки безъ остатка?*

Отв. 14, 21, 28, 35 и т. д.

3. *Разложить* 10 *двоекъ на тройки, четверти и т. д.*

Отв. 10 двоекъ состоятъ изъ 6 троекъ и 1 двойки; изъ 5 четверокъ; изъ 3 шестерокъ и 1 двойки, и т. д.

Чему равны $4 \times 5 + 6 \times 5$?

Отв. 10 разъ 5 или 50.

4. *Изъ суммы чиселъ* $12 \times 4 + 6 \times 4$ *отнимите* 9×4!

Отв. Останется 9 разъ 4 или 36.

$12 \times 4 + 6 . 4 = 18 . 4 = 9 . 4 + 9 . 4.$

5. *Сколько останется, когда отъ* 12 . 15 *отнимется:*

a, 9 . 15; b, 7 . 15; c, 10 . 15 и т. д.?

Отв. a, 12 . 15 безъ $9 . 15 = 3 . 15 = 45$.

b, $12 . 15 - 7 . 15 = 5 . 15 = 75$, и т. д.

6. 36 . 5 *уменьшить на* 15 . 5 *и остатокъ раздѣлить на* 3 *равныя части.*

Отв. $36 \cdot 5 - 15 \cdot 5 = 21 \cdot 5$; $21 \cdot 5 = 7 \cdot 5 + 7 \cdot 5 + 7 \cdot 5$.

7. *Изъ* 24 · 6 *вычтите* 18!

$18 = 3 \cdot 6$; $24 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 21 \cdot 6 = 126$.

8. *Сумму чиселъ* $22 \cdot 7 + 8 \cdot 7$ *разложить на два про-*

изведенія, между которыми разность была бы равна 6·7.

Отв. 22·7 + 8·7 = 30·7. Отсюда вычитаю сперва разность искомыхъ чиселъ, и получаю въ остаткѣ 24·7; потомъ 24·7 раздѣляю пополамъ, что даетъ 12·7 + 12·7, наконецъ къ одному изъ этихъ чиселъ прикладываю разность 6·7. И такъ два искомыя числа суть: 12·7 и 18·7.

9. *Чему равны: a, 7 разъ взятое* 8·2; *b, 5 разъ взятое* 9·6, *и т. д.?*

Отв. 7 × 8 = 56; 7 × 8·2 = 56·2, и т. д.

10. *Чему равна* $\frac{1}{5}$ *отъ* 24·6?

Отв. $4\frac{4}{5}\cdot 6 = 28\frac{4}{5}$; $\frac{1}{5}$ отъ $24 = 4\frac{4}{5}$; $\frac{1}{5}$ отъ $24\cdot 6 = 4\frac{4}{5}\cdot 6$; $4 \times 6 = 24$; $\frac{4}{5}$ отъ $6 = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$; $24 + 4\frac{4}{5} = 28\frac{4}{5}$.

11. *Чему равна 4 раза взятая* $\frac{1}{8}$ *отъ* 40·12?

Отв. 20 разъ 12 или 240; 40·12 все равно, что 8·60; $\frac{1}{8}$ отъ 8·60 = 60; 4 раза $\frac{1}{8}$ отъ 8·60 = 4·60 = 240.

12. *Сколько разъ* 3·4 *содержится въ* 7·12?

Отв. 7 разъ; 7·12 все равно, что 21·4; 3·4 въ 21·4 содержится 7 разъ.

13. *Сколько разъ два составляетъ сумма слѣдующихъ чиселъ:* 1·4 + 2·4 + 5·4 + 12·4?

Отв. 40·2

$$\left.\begin{array}{r} 1\cdot 4 = 2\cdot 2 \\ 2\cdot 4 = 4\cdot 2 \\ 5\cdot 4 = 10\cdot 2 \\ 12\cdot 4 = 24\cdot 2 \end{array}\right\} = 40\cdot 2$$

14. *Обратите слѣдующія произведенія въ другія, въ каждое изъ которыхъ входило бы число 4 множителемъ:*

$1 \cdot 6 = ?$
$2 \cdot 6 = ?$
$3 \cdot 6 = ?$
$4 \cdot 6 = ?$
$5 \cdot 6 = ?$

Отв. $1 \cdot 6 = 1 \cdot 4 + 2.$
$2 \cdot 6 = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 2 \cdot 4 + 1 \cdot 4 = 3 \cdot 4.$
$3 \cdot 6 = 4 \cdot 4 + 2.$
$4 \cdot 6 = 6 \cdot 4.$
$5 \cdot 6 = 7 \cdot 4 + 2$, и т. д.

15. $15 \cdot 12$ *сколько разъ* 20?

Отв. $15 \cdot 12 = 9 \cdot 20$; $15 \cdot 12 = 5 \cdot 36$; $5 \cdot 36 = 9 \cdot 20.$

16. 7 *разъ* 12 *сколько разъ* 5?

Отв. $16 \cdot 5 + 4$; $1 \cdot 12 = 2 \cdot 5 + 2$; 7 разъ 12 $= 14 \cdot 5 + 7 \cdot 2$; $7 \cdot 2 = 2 \cdot 5 + 4$; $14 \cdot 5 + 2 \cdot 5 + 4 = 16 \cdot 5 + 4.$

Такимъ же образомъ составьте примѣры, гдѣ одинъ изъ множителей,

напр. 9	обращается	въ	множителя	3, 2, 4,
10	—	—	—	5, 4, 6,
12	—	—	—	6, 5, 7,
14	—	—	—	7, 6, 8,
15	—	—	—	5, 4, 6 и т. д.

17. *Сколько разъ надобно взять* 9, *чтобы получить* $5 \cdot 27$?

Отв. 15 разъ 9.

Ясно, что видоизмѣненіе чиселъ можно продолжать до безконечности.

Болѣе сложные примѣры.

18. *Въ* $13 \cdot 26$ *сколько разъ содержится* 60?

$26 = 2 \cdot 12 + 2$; $13 \cdot 26 = 13 \cdot 2 \cdot 12 + 13 \cdot 2$

$= 26 \cdot 12 + 26$; $5 \cdot 12 = 60$; $26 \cdot 12 + 26 = 25 \cdot 12 + 1 \cdot 12 + 26 = 25 \cdot 12 + 38 = 5 \cdot 60 + 38$.

И такъ 60 въ $13 \cdot 26$ содержится 5 разъ съ остаткомъ 38 или $5\frac{38}{60}$.

Или:

$13 \times 26 = 13 \cdot 20 + 13 \cdot 6$; $3 \cdot 20 = 60$; $13 \cdot 20 = 12 \cdot 20 + 1 \cdot 20 = 4 \cdot 60 + 1 \cdot 20$; $13 \cdot 6 = 10 \cdot 6 + 3 \cdot 6 = 1 \cdot 60 + 18$; $13 \cdot 26 = 4 \cdot 60 + 1 \cdot 60 + 20 + 18 = 5 \cdot 60 + 38$.

19. *Вмѣсто* $18 \cdot 35$ *сколько разъ можно взять* 63?

$18 \cdot 35 = 9 \cdot 70$; $63 = 9 \cdot 7$; 7 въ 70 содержится 10 разъ; поэтому и $9 \cdot 7$ въ $9 \cdot 70$ содержится тоже 10 разъ.

20. 5-*я часть* 250 *есть третья часть отъ какого числа?*

Отв. отъ 150; $\frac{1}{5}$ отъ $250 = 50$; 50 есть $\frac{1}{3}$ отъ 150.

21. *Назовите два числа, которыя, будучи раздѣлены одно на другое, дали бы въ остаткѣ* 8?

Возьмите какое-либо произведеніе и приложите къ нему 8, тогда получите одно изъ требуемыхъ чиселъ; другое же есть большій изъ двухъ сомножителей взятаго произведенія.

$$5 \times 9 = 45;\ 45 + 8 = 53.$$

$$\frac{53}{8} : 9 = 5.$$

22. *Сколько разъ* 15 *надобно отнимать отъ* 120, *чтобы получить въ остаткѣ* 30?

Отв. 6 разъ; потому что $120 = 8 . 15$; $30 = 2 . 15$; $8 . 15 - 2 . 15 = 6 . 15$.

23. *Если* 8 *умножимъ на* 6 *и произведеніе раздѣлимъ на* 4, *то во сколько разъ частное будетъ болѣе* 8?

Отв. въ $1\frac{1}{2}$ раза.

$8 \times 6 = 48$; $48 : 4 = 12$; 12 въ $1\frac{1}{2}$ раза болѣе 8?

Примѣненія. Два мальчика согласились помѣняться бумагою. За каждые два листа бѣлой бумаги первый мальчикъ бралъ у другаго 3 листа синей. По окончаніи мѣны оказалось у втораго 30 листами менѣе, нежели у перваго. Сколько было листовъ той и другой бумаги? — Двѣ особы раздѣлили между собою 122 руб. такъ, что одна изъ нихъ взяла 16 рублями болѣе другой. Какъ были раздѣлены деньги? — Изъ неизвѣстной суммы денегъ А. взялъ $\frac{5}{8}$ того, что взялъ себѣ В. Оказалось, что В получилъ 24 руб. болѣе А. Какъ велика была сумма, которую они раздѣлили, и сколько получилъ каждый? — Четыре деревни должны внести за себя на подати всего 720 руб. Когда первая деревня даетъ 4 руб., вторая 5, третья и четвертая по 1 рублю. Сколько должна внести каждая деревня? — Тремъ ученикамъ дано нѣсколько листовъ бумаги. Первый получилъ 12 листовъ; но если бъ онъ получилъ еще 8 листовъ, то имѣлъ бы $\frac{1}{6}$ всей розданной бумаги. Второй получилъ $\frac{7}{21}$ остатка, а третій $\frac{5}{12}$. Сколько было всей бумаги, и сколько досталось каждому? —

№ 32. ОСЬМОЕ УПРАЖНЕНІЕ.

Третіе дополненіе къ Третьей Степени.

Повтореніе всего пройденнаго.

Для лучшаго впечатлѣнія въ памяти дѣтей всѣхъ особностей, усвоиваемыхъ каждымъ ариѳметическимъ дѣйствіемъ, во-первыхъ, надобно брать какое нибудь одно число, и, разсматривая его съ разныхъ точекъ зрѣнія, подвергать всѣмъ возможнымъ видоизмѣненіямъ; во-вторыхъ, предлагать дѣтямъ такія задачи,

рѣшенія которыхъ зависятъ отъ двухъ или болѣе различныхъ дѣйствій. Очевидно, что большая часть подобныхъ задачъ относится къ такъ называемому *Тройному Правилу*. Но, имѣя въ виду возбужденіе силы мышленія и отчетливость въ доказательствахъ, при своихъ рѣшеніяхъ мы не намѣрены употреблять пропорцій, которыя болѣе или менѣе всегда сбиваютъ учениковъ, и совершенно не подстать малолѣтнымъ. Да и къ чему безъ нужды употреблять болѣе началъ, нежели сколько требуетъ наука? Не значитъ ли это только затемнять ее? —

а. *Пусть дано число* 180, *которое требуется разсмотрѣть со всѣхъ точекъ зрѣнія.*

Число 180 принадлежитъ къ третьему разряду чиселъ, т. е. къ сотнямъ. Ближайшія къ нему числа суть 179 и 181. Чрезъ *сложеніе* это число можно получить различнымъ образомъ, такъ напр. $100 + 80$; $50 + 70 + 60$; $44 + 29 + 7 + 90 + 10$, и т. д. Чрезъ *вычитаніе* также: $200 - 20$; $350 - 170$; $1000 - 820$, и проч. — Можно найти безчисленное множество парныхъ чиселъ, гдѣ въ каждой парѣ одно число *болѣе* или *менѣе* другаго 180-ю единицами. Разсматривая 180 какъ *произведеніе* двухъ или болѣе чиселъ, найдемъ: 90×2; 60×3; 20×9; $3 \times 6 \times 10$ и проч. *Раздѣляя* же его на равныя части, увидимъ, что $\frac{1}{2}$ 180 есть 90; $\frac{1}{3}$ отъ 180 есть 60; $\frac{1}{90}$ отъ 180 есть 2, и т. д. Поэтому также $\frac{2}{3}$ отъ 180 составляютъ 120; $\frac{5}{9}$ отъ $180 = 100$, и проч. Само оно составляетъ часть отъ какого-либо большаго числа; такъ напр. 180 есть $\frac{1}{2}$ отъ 360, $\frac{1}{3}$ отъ 540, $\frac{1}{4}$ отъ 720 и т. д.

Еще примѣръ:

180 = 137 + 43 = 400 — 120 = 20 × 9 = 720 : 4 = 4 × 40 + 5 × 4 = 10 . 20 — 10 . 2 = 5 × 20 + 4 . 20 = 3 . 40 + 60, и т. д.

180 золотн. = 60 лот. = 1 ф. 28 лот.; 180 коп. = 18 гривн. = 1 руб. 80 копѣйкамъ.

b. *Примѣненія.*

1. *Задачи, относящіяся къ четыремъ дѣйствіямъ надъ числами одинакого наименованія.*

Часы въ промежуткѣ одного часа пробили всего 19 разъ. Въ какіе часы они били? — Если къ тройному неизвѣстному числу прибавить 238, то получится 607. Чему равно неизвѣстное число?

Если къ моимъ деньгамъ придать еще 1300 рублей, то я могу прожить цѣлый годъ, издерживая ежедневно по 9 руб. Сколько у меня денегъ?

Одинъ отецъ раздѣлилъ троимъ сыновьямъ своимъ 12384 руб. Старшему далъ 7060 руб., а среднему и младшему раздѣлилъ остальную сумму по равной части. Сколько получилъ самый младшій?

Найти такое число, которое если умножить на 39 и къ произведенію придать 99, то выйдетъ 684.

Какое число, увеличенное 56 и потомъ раздѣленное на 55, даетъ въ частномъ 2854?

Одинъ лавочникъ за 94 дюжины тарелокъ заплатилъ 200 руб. 40 коп., и продалъ потомъ каждую тарелку по 67 копѣекъ. Сколько онъ получилъ прибыли со всѣхъ 94 дюжинъ?

Куплено 149 аршинъ сукна, по 23 руб. за аршинъ, 95 арш. бархату по 11 руб., и 107 арш. казимиру, по 7 р.; уплата произведена ассигнаціями и серебряными рублями. Двадцати-пяти рублевыхъ ассигнацій дано 87, а пяти-рублевыхъ 59. Сколько дано серебряныхъ рублей, считая каждый въ 3 руб. 60 копѣекъ?

Два купца мѣняются товаромъ. Одинъ промѣниваетъ другому сукно на бархатъ. Сколько первый долженъ полу-

чить бархату, котораго аршинъ стоитъ 12 руб., на 129 ар. сукна, по 24 руб. каждый?

Сумма двухъ чиселъ составляетъ 6042. Если большее изъ нихъ раздѣлить на меньшее, то въ частномъ получится 18. Найти оба числа.

Произведеніе двухъ данныхъ чиселъ составляетъ 144. Если это число уменьшить въ 7 разъ, то получится такое, которое будетъ въ 9 разъ болѣе меньшаго числа. Какъ велико большее изъ данныхъ?

Первое изъ пяти данныхъ чиселъ есть 1479, второе 3098, третье равно первому, увеличенному въ 18 разъ, четвертое менѣе третьяго въ 6 разъ, а послѣднее равно всѣмъ четыремъ безъ произведенія 13 $\times$ 19. Отыскать третье, четвертое и пятое.

2. *Задачи, относящіяся къ четыремъ дѣйствіямъ надъ составными числами.*

Отправлено на рынокъ два воза съ овсомъ, въ которыхъ всего 11 четвертей 5 четвер. 5 гарн. овса. Если изъ одного воза переложить въ другой 1 куль 7 четвериковъ и 1 гарнецъ, то въ обоихъ будетъ поровну овса. Сколько въ каждомъ возѣ?

Въ три раза куплено всего 17 стопъ 9 дестей 8 листовъ бумаги. Въ первый разъ куплено болѣе чѣмъ во второй 1 стоп. 3 дест. и 2 лист., а во второй столько же, сколько въ третій. Сколько именно куплено въ каждый разъ?

Раздѣлить 1 пудъ на три части такъ, чтобы первая часть была болѣе третьей въ 5 разъ, а вторая въ 4 раза.

Переднее колесо одной повозки имѣетъ въ окружности 5 аршинъ 4 вершка, а заднее 7 аршинъ. Узнайте, сколько оборотовъ переднее колесо сдѣлаетъ болѣе задняго на разстояніи 63 верстъ 378 саженъ.

Два рубля, серебряный и золотой, стòятъ вмѣстѣ 7 руб. 54 коп. Найти цѣну каждаго, если первый стоитъ 8 копѣйками менѣе втораго.

А. имѣетъ въ 16 разъ болѣе денегъ, нежели В. Еслибъ

къ деньгамъ А. прибавить еще 139 руб. 85 коп., то у него было бы 1092 руб. 30 коп. Сколько имѣетъ В?

Сколько надобно нагрузить повозокъ хлѣбомъ для продовольствія одного баталіона, изъ 1020 человѣкъ состоящаго и назначеннаго въ командировку на 17 дней, если въ каждой повозкѣ можно уложить по 75 хлѣбовъ, въ 18 ф. каждый, и если на солдата полагается въ день по 2 ф. 16 лот.?

Если лошадь можетъ пробѣжать въ 1 минуту 109 саженъ, то въ какое время она пробѣжитъ 13 верстъ 179 саженъ, полагая, что она будетъ бѣжать съ равною скоростію?

За 110 саженъ дровъ березовыхъ и 80 сосновыхъ заплачено 1272 рубля. Въ другой разъ куплено по тѣмъ же цѣнамъ 129 саженъ дровъ березовыхъ и 80 сосновыхъ, и заплачено 1408 руб. 80 копѣекъ. Найти цѣну сажени березовыхъ и сосновыхъ дровъ.

Изъ 1 пуда 14 фунтовъ, сколько можно сдѣлать серебряныхъ рублей, если каждый имѣетъ 4 золотника 21 долю?

3. *Задачи тѣхъ же четырехъ дѣйствій, которыя обыкновенно относятъ къ тройнымъ правиламъ и рѣшаютъ посредствомъ пропорцій.*

Задача. Что стоятъ 18 *фунтовъ сахару, если за* 15 *фунтовъ того же сахару заплачено* 13 *руб.* 80 *коп.?*

У. Въ 13 руб. 80 копѣйкахъ сколько всего копѣекъ?

Д. 1380 копѣекъ.

У. За какое число фунтовъ сахару заплачено 1380 коп.?

Д. За 15 фунтовъ.

У. Можетъ ли 1 фунтъ стоить ту же самую цѣну, которая заплачена за 15 ф.?

Д. Нѣтъ; онъ долженъ стоить менѣе.

У. Во сколько разъ менѣе?

Д. Въ пятнадцать разъ.

У. Почему?

Д. Потому что 1 менѣе 15 въ 15 разъ.

У. Что надобно сдѣлать, чтобы получить число въ 15 разъ менѣе 1380?

Д. Раздѣлить 1380 на 15.

У. Не производя въ дѣйствіе дѣленія, означьте на доскѣ цифрами, что 1380 должно быть раздѣлено на 15.

Дѣти пишутъ: $\frac{1380}{15}$.

У. Что значитъ число 15, поставленное подъ числомъ 1380?

Д. Что число 1380 должно быть уменьшено въ 15 разъ.

У. Если 1380 раздѣлить на 15, то получится цѣна сколькихъ фунтовъ?

Д. Одного фунта.

У. Что надобно съ этимъ частнымъ сдѣлать, чтобы получить цѣну за 18 фунтовъ?

Д. Увеличить его въ 18 разъ.

У. Какъ это изобразить на доскѣ?

Дѣти пишутъ: $\frac{1380}{15} \times 18$.

У. Что это выраженіе показываетъ?

Д. Что 1380 надобно уменьшить въ 15 разъ и потомъ увеличить въ 18 разъ.

У. Измѣнится ли выводъ, если число 1380 сперва умножимъ на 18, а потомъ раздѣлимъ на 15?

Д. Выводъ получится тотъ же.

У. И такъ, чтобы получить цѣну за 18 ф., что надобно сдѣлать съ числомъ 1380?

Д. Сперва умножить его на 18, а потомъ раздѣлить на 15.

У. Найдите произведеніе 18 на 1380!

Д. 18 × 1380 = 24840.

У. Что получится, если 24840 раздѣлите на 15?

Д. 1656.

У. Что означаетъ это число?

Д Цѣну за 18 фунтовъ.

У. Что же стоятъ 18 фунтовъ?

Д. 1656 копѣекъ, или 16 руб. 56 копѣекъ.

Эта задача можетъ быть разрѣшена и такъ:

У. Еслибъ не 15 ф., а 1 ф. стоилъ 1380 коп., то какъ была бы велика цѣна 18 фунтовъ?

Д. 18 × 1380 коп.

У. Чему = 18 × 1380?

Д. 24840.

У, То есть, еслибъ каждый фунтъ стóилъ 1380 коп., то 18 фунт. стоили бы 24840 копѣекъ. Но во сколько разъ бóльшую цѣну мы взяли вмѣсто настоящей?

Д. Въ 15 разъ.

У. Что же надобно сдѣлать съ числомъ 24840, чтобы получить настоящую цѣну 18 фунтовъ сахару?

Д. Раздѣлить 24840 на 15. Поэтому настоящая цѣна 18 фунтамъ есть 16 руб. 56 коп.

Еще примѣръ. 15 *человѣкъ издержали въ* 28 *дней* 510 *рублей: сколько издержали* 25 *человѣкъ въ* 35 *дней, предполагая, что ихъ расходы одинаковы?*

Рѣшеніе. Если 15 человѣкъ издержали въ 28 дней 510 руб., то тѣ же 15 человѣкъ издержатъ въ

1 день въ 28 разъ менѣе, поэтому $\frac{510}{28}$; одинъ человѣкъ издержитъ противъ этого числа въ тотъ же одинъ день еще въ 15 разъ менѣе; и такъ 510, кромѣ того, что уменьшено въ 28 разъ, надобно уменьшить въ 15 разъ, или всего уменьшить на 28×15. Значитъ, что $\frac{510}{28 \times 15}$ составляетъ расходъ одного человѣка. Очевидно, что 25 человѣкъ противъ этого числа издержатъ въ 1 день въ 25 разъ болѣе, а въ 35 дней, еще въ 35 разъ болѣе.

Поэтому $\frac{510 \times 25 \times 35}{28 \times 15}$ означаетъ расходъ 25 человѣкъ въ 35 дней.

Прежде нежели дѣйствительно раздѣлимъ произведеніе изъ множителей дѣлимаго на произведеніе изъ множителей дѣлителя, замѣтимъ, что какъ то, такъ и другое число, будучи уменьшены въ одинаковое число разъ, не перемѣняютъ частнаго. И такъ, не производя въ дѣйствіе умноженія, можно уже значительно сократить дѣлимое и дѣлителя.

$$\frac{\overset{170}{510} \times \overset{5}{25} \times 35}{28 \times 15}$$

3 1.

Уменьшивъ въ одинаковое число разъ, а именно въ 5, какъ множителя дѣлимаго (25), такъ и множителя дѣлителя (15), мы только приведемъ этихъ множителей въ меньшія числа, но частное отъ этого не перемѣнится. Вмѣсто множителей 25 и 15 получимъ 5 и 3. Точно такимъ образомъ вмѣсто множителей 510 и 3 можемъ получить 170 и 1. Слѣдовательно, вмѣсто того, чтобы умножить 510 на

25 и 35, и потомъ произведенie раздѣлить на число 28, увеличенное въ 15 разъ, мы умножимъ 170 на 5 и 35, и произведенie отъ этихъ множителей раздѣлить только на 28.

$$\frac{170 \times 5 \times 35}{28} = 29750 : 28 = 1062 \text{ руб. } 50 \text{ коп.}$$

```
29750 : 28 = 1062 руб. 50 коп.
 175
  70
  14 руб.
 ×100
 1400 : 28 = 50.
```

И такъ 25 человѣкъ въ 35 дней издержатъ 1062 руб. 50 коп.

Кажется, не нужно говорить о преимуществѣ этого способа предъ рѣшенiями, основанными на пропорцiяхъ: прóстые и легкie выводы говорятъ сами за себя. Здѣсь ученикъ не можетъ разрѣшить задачи, не понимая ея, но, въ такъ называемыхъ, *Тройныхъ* или *золотыхъ* правилахъ, онъ часто поступаетъ безотчетно и механически.

Примѣненiя. Два купца мѣняются товарами: первый изъ нихъ промѣниваетъ другому на чай 14 пудъ 19 фунт. сахару, считая каждый фунтъ въ 95 копѣекъ. Сколько фунтовъ второй долженъ дать за этотъ сахаръ чаю, если каждый фунтъ чаю стоитъ 7 руб. 30 коп? — Если съ 2400 руб. получено въ годъ прибыли (процентовъ) 120 руб., то сколько можно получить въ 2 года съ капитала 11300, считая ту же прибыль? — 40 работниковъ совершили нѣкоторую работу въ 9 дней. Сколько времени должны употребить 138 работниковъ на такую работу, которая въ 12 разъ болѣе требуетъ времени, нежели первая? — Раздѣлить 5 стопъ 9 дестей на 2 части, чтобы въ первой было такое число дестей, какое во второй листовъ. — Изъ четырехъ купцовъ, первый положилъ въ торгъ 5000 руб., другой 3000 руб. По прошествiи нѣкотораго времени они прiобрѣли отъ сво-

его торгу 2000 руб. прибыли. По сколько каждому приходится изъ прибыли? — Мальчикъ, играя орѣхами, которыхъ было всего 216, разложилъ ихъ на четыре кучки. Во второй кучкѣ было у него положено вдвое болѣе орѣховъ, нежели сколько онъ положилъ въ первую, въ третьей вдвое противъ второй. Сколько было орѣховъ въ каждой кучкѣ, если на четвертую пришлось столько, сколько было во второй и третьей? — Для приготовленія хорошаго краснаго сургуча берутъ на 4 фунта терпентиннаго масла, 6 фунтовъ киновари, 6 фунтовъ лаку и 1 фунтъ мѣлу. Сколько надобно взять каждаго припаса для составленія 85 фунтовъ сургуча? — Двое поденьщиковъ взялись вырыть яму; первый можетъ самъ по себѣ окончить работу въ 24 часа, а второй безъ перваго въ 32 часа. Во сколько часовъ яма можетъ быть готова, когда они будутъ работать вмѣстѣ? — Торговецъ смѣшалъ двухъ сортовъ чай, 15 фунт. перваго, который стоитъ 8 руб. фунтъ, съ 23 фунтами другаго, котораго цѣна за фунтъ 6 руб. 30 коп. По чемъ онъ долженъ продавать фунтъ смѣшаннаго чаю, если хочетъ имѣть прибыли по 40 коп. съ фунта? —

Окончимъ эту первую часть Ариѳметики объясненіемъ понятій о *единицѣ* и *числѣ*.

У. Собраніе многихъ однородныхъ и равныхъ между собою предметовъ называется *кратнымъ* вразсужденіи каждаго изъ нихъ. Такъ, горсть серебряныхъ рублей есть *кратное* чего?

Д. Одного серебрянаго рубля.

У. А колода картъ?

Д. Одной карты.

У. Что надобно сдѣлать съ линіею ab, чтобы получить другую линію, которую бы можно назвать кратной ея?

a ———————————————— b

Д. Надобно увеличить линію *ab* въ 2, 3, 4, 5 и болѣе разъ.

У. Каждое изъ количествъ, которыхъ собраніе составляетъ другое, именуется *единицею* этого послѣдняго. Слѣдственно какое количество можетъ называться единицею вразсужденіи горсти серебряныхъ рублей?

Д. Одинъ серебряный рубль.

У. Отъ *повторенія* единицы происходитъ кратное. Такъ отъ повторенія 1 пуда 2 раза получается кратное 2 пуда; отъ повторенія его три раза — 3 пуда и т. д.

У. Сколько разъ надобно повторить 1 фунтъ, чтобы получить 7 фунтовъ?

Д. 7 разъ.

У. Которая изъ этихъ величинъ есть единица и которая кратное?

Д. 1 фунтъ есть *единица*, а 7 фунтовъ *кратное* ея.

У. Очевидно, что *единица* и ея кратное должны принадлежать къ одному роду предметовъ.

У. Что наконецъ получится въ остаткѣ, если изъ какого-либо кратнаго будемъ производить повторительное вычитаніе его единицы?

Д. Въ остаткѣ ничего не получится.

У. Такъ! Но если отъ какого-либо количества отнимая другое меньшее, того же рода, до тѣхъ поръ, пока возможно, получимъ какой-либо остатокъ, то первое будетъ ли кратнымъ втораго?

Д. Нѣтъ; потому что вы сказали: отъ *повторенія единицы происходитъ кратное.*

У. Безъ сомнѣнія! горсть монетъ, состоящая изъ полтинниковъ (190 коп.) и гривенника, не есть кратное ни полтинника, ни гривенника, потому что

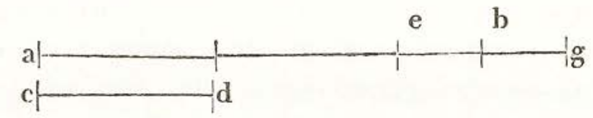
чрезъ повтореніе того или другаго не выйдетъ столько монетъ, сколько находится въ горсти. Отсюда заключаемъ, что не всегда изъ сравниваемыхъ неравныхъ количествъ большее есть кратное ме́ньшаго.

У. (Чертитъ двѣ неравныя линіи, изъ которыхъ одна не есть кратная другой)

a————————————————b

c————————d

Вотъ, напримѣръ, изъ двухъ линій, *ab* и *cd*, первая не можетъ назваться кратною другой: потому что, положивъ *cd* на *ab* два раза, получимъ остатокъ *eb;* положивъ же три раза, получимъ линію *eg*, большую нежели *eb*



Во всякомъ случаѣ, ме́ньшее изъ двухъ количествъ именуется *частію* большаго, а послѣднее вразсужденіи перваго *цѣлымъ.* Такъ линія *ab* есть *цѣлое* количество, а *cd* его *часть.*

Части бываютъ *простыя* (основныя) и *сложныя* (составныя).

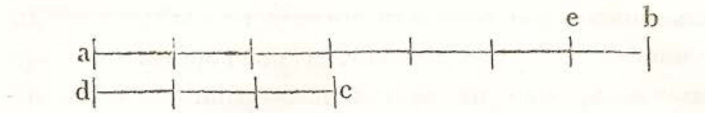
Когда большее количество есть кратное меньшаго, то послѣднее составляетъ простую или основную часть перваго; въ противномъ случаѣ сложную.

Напр. гривна простая часть рубля.

1 фунтъ простая часть 6, 7, 8 ф.

Но дюймъ не есть простая часть вершка, потому что послѣднее количество не есть кратное перваго.

У. (Чертитъ двѣ линіи, изъ которыхъ одна не есть кратная другой)



ab не есть кратная dc, потому что ab = 2 dc съ остаткомъ eb. Но если *dc* раздѣлимъ на три равныя части, и треть ея положимъ по ab, то она помѣстится ровно 7 разъ. Еслибъ $\frac{1}{3}$ dc не совмѣстилась по ab равнаго числа разъ безъ остатка, тогда бъ dc мы раздѣлили на четыре равныя части, и пробовали бъ, не совмѣстится ли $\frac{1}{4}$ dc съ ab такимъ образомъ. Раздѣляя *dc* постепенно на 4, 5, 6, 7, и т. д. равныхъ частей, наконецъ мы нашли бы такую часть, которая въ ab содержится безъ остатка. *)

И такъ, при сравненіи двухъ неравныхъ величинъ, изъ которыхъ одна не есть кратная другой, мы всегда можемъ представить себѣ, что мéньшая изъ нихъ раздѣлена на такое равное число частей, что одна изъ нихъ содержится въ большей извѣстное число разъ безъ остатка. Повторимъ теперь все нами сказанное. Какъ, во-первыхъ, одна величина можетъ составиться изъ другой?

Д. Чрезъ повтореніе.

У. Приведите примѣръ!

Д. Чрезъ повтореніе одного рубля 8 разъ получится 8 рублей. Можно посредствомъ одной линіи составить другую, которая будетъ въ 2, 3, 4, 5 разъ и т. д. болѣе ея.

У. Какъ, во-вторыхъ, можно получить изъ одной величины другую?

---

*) Разумѣется, что несоизмѣримыя величины, по своей отвлеченности, здѣсь не принимаются въ разсмотрѣніе.

Д. Чрезъ дѣленіе, когда ме́ньшая величина есть простая или основная часть большей.

У. А въ третьихъ?

Д. Чрезъ дѣленіе и повтореніе, когда ме́ньшая величина составляетъ сложную часть отъ большей. Напр. 2 фунта составляютъ $\frac{2}{3}$ отъ 3 фунтовъ.

У. Что получается посредствомъ этого трояксаго сравненія количествъ, то называется *числомъ*, которое поэтому есть *означеніе* количества, или *показаніе сколько разъ въ одной изъ данныхъ величинъ заключается другая, того же рода, принимаемая за мѣру сравненія.* Это означеніе основывается на составленіи одного количества изъ другаго. Слѣдственно каждое количество можемъ опредѣлить или означить числомъ, когда намъ извѣстно то количество, изъ котораго составлено первое. Напр. каждую сумму денегъ можемъ опредѣлить числомъ, показывающимъ какимъ образомъ эта сумма составлена изъ рублей, грошей и проч.

a |————————————————

b |—————————

Линія *a* опредѣлится числомъ, если будетъ показано, какимъ образомъ она составлена изъ извѣстной линіи *b*.

Отсюда видно, что та величина, изъ которой составляется другая, того же рода, должна быть извѣстная и опредѣленная. Когда намъ не извѣстно, что линія b есть аршинъ, или сажень, или вершокъ, то мы не можемъ получить и ясняго понятія о линіи а, не зная къ какому роду величинъ ее отнести.

Числа раздѣляются на два рода: *цѣлыя* и *дробныя* (дроби). Число, показывающее, сколько разъ

должно повторить данное количество (разсматриваемое как отдѣльный предметъ), чтобы вышло другое, называется *цѣлымъ*. Если, напримѣръ, говоримъ: 5 фунтовъ, то слово *пять* показываетъ, сколько разъ должно повторить данное количество, т. е. *фунтъ*, чтобы вышло другое, т. е. *сумма пяти фунтовъ*. Слѣдственно, пять есть *цѣлое число*.

Число, которое служитъ простою или *основною* частію каждаго цѣлаго числа, есть *единица*.

Число, показывающее, сколько разъ надобно повторить простую часть данной величины, принятой за единицу, чтобы вышла другая (сложная), именуется *дробью*. Напр. выраженіе *три четверти аршина* означаетъ, что данная величина, аршинъ, раздѣлена на *четыре равныя* части, и что одна изъ нихъ, *четверть* аршина, повторена *три раза*, чтобы вышла другая величина, т. е. *три четверти* аршина. И такъ выраженіе *три четверти* есть дробь.

Число, которое служитъ *простою* частію для составленія какого-либо дробнаго числа, можетъ назваться *дробною единицею*.

Вообще можно сказать, что *всякое число, какъ цѣлое такъ и дробь, есть изображеніе количества, показывающее, какимъ образомъ это количество составлено изъ единицы*.

Цѣлыя и дробныя числа могутъ быть *простыми* (отвлеченными) и *именованными* (конкретными).

Если къ числу будетъ прибавлено названіе того рода предметовъ, который оно изображаетъ, то въ такомъ случаѣ именуютъ его *именованнымъ*, такъ: 5 столовъ, 9 перьевъ, 14 пудъ и проч. Если число, означая отношеніе двухъ количествъ, не по-

казываетъ именно къ какому роду предметовъ эти количества принадлежатъ, тогда его называютъ *отвлеченнымъ*. Напр. 5, 9, 14 и проч. Изъ именованныхъ чиселъ составляютъ предметъ особой важности, такъ называемыя, *числа мѣръ длины, вѣса* и проч. Ихъ можно назвать *мѣро-именованными*. Эти послѣднія числа раздѣляются на два рода: 1, *числа одного наименованія* и *числа разнаго наименованія*, или, какъ обыкновенно называютъ, *составныя числа*. 5 фунтовъ есть число одного наименованія; 7 пудъ 1 фунтъ 3 лота — число разнаго наименованія.

Совокупность постоянныхъ и опредѣленныхъ правилъ для совершенія всѣхъ возможныхъ дѣйствій надъ числами составляетъ *предметъ Ариѳметики*.

Вопросы. Что такое *единица*? — Что такое *число*? — Какъ раздѣляются числа? — Что такое *цѣлое* число? — Что должно разумѣть подъ именемъ *дроби*? — Какія числа называются *именованными* или *конкретными*? — А *простыми* или *отвлеченными*? — Что такое *составное* именованное число? — Для изображенія всѣхъ возможныхъ чиселъ, сколько употребляется знаковъ или цифръ? — Сколькими цифрами изображаются числа, состоящія изъ десятковъ, сотень, тысячъ и т. д? — Если въ какомъ-либо числѣ недостаетъ или единицъ, или десятковъ, или сотень и проч., то чѣмъ замѣнить ихъ при изображеніи такого числа? — Какъ поступаютъ для удобности произношенія какого-либо многочленнаго числа? — Какъ выговорить такое число, которое на мѣстѣ сотень имѣетъ цифру 7, на мѣстѣ милліоновъ цифру 9, на мѣстѣ единицъ 5, а на прочихъ мѣстахъ нули? — Сколько нужно имѣть цифръ для изображенія числа, состоящаго изъ десяти милліоновъ? — Какъ выговаривается число, изображенное шестью цифрами, которыя всѣ суть 8? — Найдите число, въ которомъ столько же единицъ, тысячъ, сколько и десятковъ! — Что такое *сложеніе*? — Что разумѣютъ подъ именемъ *слагаемыхъ*? —

А подъ *суммою* или *итогомъ?* — Какому правилу должно слѣдовать при сложеніи многочленныхъ чиселъ? — Какой имѣемъ знакъ для сложенія? — Какъ *повѣрить* сложеніе? — Что такое *вычитаніе*, *уменьшаемое*, *вычитаемое*, *остатокъ* или *разность*? — Въ какомъ случаѣ получается въ остаткѣ нуль? — Составьте такой примѣръ вычитанія, чтобы вычитаемое было равно остатку? — Найдите пару чиселъ, между которыми разность была бы 18? — Какія имѣемъ правила для вычитанія? — Какой знакъ употребляется для показанія вычитанія? — Въ чемъ состоитъ *повѣрка* вычитанія? — Въ чемъ состоитъ различіе между вычитаніемъ и сложеніемъ? — Если требуется сложить нѣсколько чиселъ, и изъ нихъ вычесть другія, то все ли равно, въ какомъ бы порядкѣ эти дѣйствія ни были произведены, или нѣтъ, и почему? — Что такое умноженіе? — Что называется *произведеніемъ*, *сомножителями* или *факторами*, *множимымъ* и *множителемъ?* — При умноженіи чиселъ наблюдается ли между ними какой-либо порядокъ? — Какъ поступаютъ при умноженіи какого-либо числа на 10, 100, 1000 и т. д? — Въ чемъ состоятъ правила, наблюдаемыя при умноженіи? — Какой знакъ умноженія? — Съ какимъ дѣйствіемъ умноженіе сходствуетъ, съ сложеніемъ или вычитаніемъ? — Почему? — Что такое *дѣленіе?* — Съ какимъ изъ предыдущихъ правилъ болѣе всего оно сходствуетъ? — Что такое *дѣлимое*, *дѣлитель* и *частное?* — Дѣлимое равно произведенію изъ какихъ чиселъ? — Какъ обыкновенно производится дѣленіе, когда дѣлитель состоитъ изъ 10, 100, 1000 и т. д? — Какія правила дѣленія? — Въ чемъ состоитъ *повѣрка* этого дѣйствія? — Въ чемъ различествуетъ умноженіе отъ дѣленія? — Въ какомъ случаѣ при перемѣнѣ дѣлимаго и дѣлителя частное не измѣняется? — Отъ какихъ дѣйствій числа увеличиваются и отъ какихъ уменьшаются? — Что такое *дѣлитель?* — А *общій наибольшій?* — Что такое *раздробленіе?* — Въ чемъ состоитъ *превращеніе* чиселъ? — Какъ поступаютъ при дѣленіи одного составнаго числа на другое? и пр. и пр.

Конецъ первой части.

I	I	I
II	II	II
III	III	III
IIII	IIII	IIII
IIIII	IIIII	IIIII
IIIIII	IIIIII	IIIIII
IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII
IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII
IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII
IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIII

Таблица I.

I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
II	II	II	II	II	II	II	II	II	II
III	III	III	III	III	III	III	III	III	III
IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII
IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII
IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII
IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII
IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII
IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII
IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII